

ЧИСЛЕННОЕ ОБРАЩЕНИЕ ГОДОГРАФА ОТРАЖЕННОЙ ВОЛНЫ

(Представлена членом редколлегии Е. К. Лоссовским)

Для определения изменения скорости распространения сейсмических волн в упругой среде наиболее популярным методом интерпретации является обращение годографов рефрагированных волн. Недостатком метода преломленных волн является то обстоятельство, что годографам первых вступлений соответствует, как правило, незначительное их проникновение в глубь слоев, особенно при малых градиентах скорости v .

● В. Ю. БУРМИН, 1992

слоях. Вследствие этого по годографам первых вступлений определяется распределение скорости сейсмических волн только в самых верхних частях соответствующих слоев. Кроме этого, если в упругой среде имеются слои с пониженной скоростью (волноводы), то лучи, вдоль которых распространяются рефрагированные волны, не имеют в них точек поворота и распределение скорости в волноводах определяется по годографу рефрагированной волны неоднозначно [1—3]. Более полную информацию о распределении скоростей сейсмических волн можно получить, если привлечь к интерпретации годографы отраженных волн. В частности, если между волноводами или в них располагаются отражающие границы, то привлечение к интерпретации годографов отраженных волн позволяет существенно сузить множество неоднозначных решений. А именно, по годографу отраженной волны однозначно определяются мощность волновода и минимальное значение скорости в волноводе [3—5].

Вопросы существования и единственности решения обратной кинематической задачи отраженных волн рассматривались различными авторами в работах [3—9]. Различные подходы к численному решению задачи обращения годографа отраженной волны рассмотрены в работах [6, 7, 10—15]. В настоящей статье задача численного обращения годографа отраженной волны сводится к задаче квадратичного программирования. Приведены модельные примеры, иллюстрирующие устойчивость предлагаемого метода.

1. Годограф отраженной волны, распространяющейся в вертикально-неоднородной среде. Пусть источник упругих колебаний помещен на дневной поверхности в точку с координатами $(0, 0)$, а регистрация колебаний производится также на дневной поверхности в точках с координатами $(x, 0)$. При этом будем считать, что: 1) поверхность Земли плоская; 2) скорость распространения сейсмических волн является ограниченной на конечном интервале глубин $[0, z]$ дважды кусочно-гладкой функцией глубины $v = v(z)$.

Запишем уравнение годографа сейсмической волны, отраженной от границы $z = z^*$, в параметрическом виде:

$$x(p) = 2p \int_0^{z^*} \frac{dz}{V_{v^{-2}(p) - p^2}}, \quad t(p) = 2 \int_0^{z^*} \frac{dz}{v^2(p) V_{v^{-2}(p) - p^2}}, \quad (1)$$

где p — параметр луча; $0 \leq p \leq v^{-1}(z^*)$. Продифференцируем уравнения (1) по параметру p :

$$\frac{dx}{dp} = 2 \int_0^{z^*} \frac{u^2 dz}{(u^2 - p^2)^{3/2}}, \quad \frac{dt}{dp} = 2p \int_0^{z^*} \frac{u^2 dz}{(u^2 - p^2)^{3/2}} = p \frac{dx}{dp},$$

где $u = v^{-1}(z)$. Отсюда, для первой производной годографа находим

$$\frac{dt}{dx} = p \geq 0, \quad \left. \frac{dt}{dx} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{dt}{dx} \right|_{x=x^*} = u(z^* - 0),$$

где x^* — предельная точка годографа на оси x .

Вторая производная годографа равна

$$\frac{d^2t}{dx^2} = \frac{dp}{dx} = \left(\frac{dx}{dp} \right)^{-1} = p \left(\frac{dt}{dp} \right)^{-1} = \left\{ 2 \int_0^{z^*} \frac{u^2 du}{(u^2 - p^2)^{3/2}} \right\}^{-1} \geq 0.$$

Отсюда для начальной и предельной точек годографа получим

$$\left. \frac{d^2t}{dx^2} \right|_{x=0} = \left\{ 2 \int_0^{z^*} v(z) dz \right\}^{-1} > 0, \quad \left. \frac{d^2t}{dx^2} \right|_{x=x^*} = 0.$$

Следовательно, годограф отраженной волны представляет собой простую кривую, обращенную выпуклостью вниз.

2. Обращение годографа отраженной волны. Обратимся к уравнениям (1) годографа волны, отраженной от границы, расположенной на глубине $z=z^*$, и определим по ним положение границы $z=z^*$ и распределение скорости сейсмической волны в слое $0z^*$.

В работе [3] показано, что функция $v(z)$ не определяется по годографу единственным образом, так как разным скоростным функциям $v(z)$ с одной и той же мерой $H(r)$, где $H(r) = \text{mes}\{z: z \leq z^*, v(z) \leq r\}$, соответствует одинаковая кривая $t(x)$, $x \in [0, x^*]$.

В связи с этим будем искать решение в классе дважды непрерывно дифференцируемых, строго возрастающих скоростных функций $v(z)$. Для удобства будем определять функцию $u(z) = v^{-1}(z)$, которая также является дважды непрерывно дифференцируемой, но строго убывающей функцией глубины z . Функция $u(z)$ имеет обратную $z = z(u)$, заданную на сегменте $[u^*, u_0]$.

Учитывая первое уравнение в (1) и последнее предположение, запишем функцию $x(p)$ в виде

$$x(p) = 2p \int_{u^*}^{u_0} \frac{\varphi(u) du}{\sqrt{u^2 - p^2}}, \quad (2)$$

где $\varphi(u) = -dz/du \geq 0$; u_0 — значение $u(z)$ на дневной поверхности ($u_0 = u(0)$); u^* — значение $u(z)$ на глубине отражающей границы, т. е. на подошве слоя $0z^*$ ($u^* = u(z^* - 0)$); $0 \leq p \leq u^* \leq u \leq u_0$.

Уравнение (2) является интегральным уравнением первого рода Фредгольмового типа. Задача решения уравнения (2) даже для положительных функций $\varphi(u)$ является некорректной, так как левая часть уравнения в общем случае может не принадлежать области значения интегрального оператора [16]. Поэтому в качестве решения уравнения (2) будем рассматривать решение в смысле наименьших квадратов, минимизирующее функционал

$$J(\varphi, x) = \int_0^{u^*} \frac{0,5}{p} \left\{ x(p) - 2p \int_{u^*}^{u_0} \frac{\varphi(u) du}{\sqrt{u^2 - p^2}} \right\}^2 dp \quad (3)$$

и удовлетворяющее условию

$$\varphi(u) > 0. \quad (4)$$

Таким образом, задача определения функции $u(z) = v^{-1}(z)$ по годографу отраженной волны сводится к задаче квадратичного программирования в бесконечномерном пространстве, минимизации квадратичного функционала (3) при линейных ограничениях (4).

Необходимым условием минимума функционала $J(\varphi, x)$ является равенство нулю его первой вариации [17]:

$$\delta J = \frac{d}{d\alpha} J[\varphi(u) + \alpha \delta\varphi, x]_{\alpha=0}.$$

Согласно соответствующим вычислениям элемент, реализующий минимум функционала $J(\varphi, x)$, является решением уравнения

$$f(\omega) = \int_0^{u^*} \frac{x(p) dp}{\sqrt{\omega^2 - p^2}} = \int_{u^*}^{u_0} \varphi(u) \int_0^{u^*} \frac{2p dp}{\sqrt{(\omega^2 - p^2)(u^2 - p^2)}} du, \quad (5)$$

где $u^* \leq \omega \leq u_0$.

Внутренний интеграл в правой части (5) равен

$$K(u, \omega) = \int_0^{u^*} \frac{2p dp}{\sqrt{(\omega^2 - p^2)(u^2 - p^2)}} = 2 \ln \frac{\omega + u}{\sqrt{\omega^2 - u^{*2}} + \sqrt{u^2 - u^{*2}}}.$$

Уравнение (5) можно записать в другом виде. Для этого в левой части уравнения (5) сделаем замену переменных $\xi = \arcsin(\rho/\omega)$ и проинтегрируем полученное выражение по частям. В результате получим

$$f(\omega) = \int_0^{u^*} \frac{x(\rho) d\rho}{\sqrt{\omega^2 - \rho^2}} = \int_0^{\arcsin \frac{u^*}{\omega}} x(\omega, \xi) d\xi = \\ = x(u^*) \arcsin \frac{u^*}{\omega} - \int_0^{x(u^*)} \arcsin \frac{t'(x)}{\omega} dx.$$

Окончательно приходим к интегральному уравнению Фредгольма первого рода:

$$f(\omega) = x(u^*) \arcsin \frac{u^*}{\omega} - \int_0^{x(u^*)} \arcsin \frac{t'(x)}{\omega} dx = \\ = 2 \int_{u^*}^{u_0} \ln \frac{\omega + u}{\sqrt{\omega^2 - u^{*2}} + \sqrt{u^2 - u^{*2}}} \varphi(u) du,$$

с симметричным, положительным ядром, решение которого находится на множестве $\Phi(u)$ положительных функций $\varphi(u) \in \Phi(u)$.

Функция $u = u(z)$ определится из соотношения

$$z(u) = - \int_u^{u_0} \varphi(u) du, \quad u \in [u^*, u_0].$$

Функционал (3) и уравнение (5) соответствуют полному годографу отраженной волны. Пределы внешнего интегрирования 0 и u^* в функционале (3) равны значениям производных годографа в начальной $x = 0$ и предельной $x = x^*$ точках годографа $t = t(x)$. Однако, так как докритические отражения имеют незначительную амплитуду, а в области предельной точки колебания представляют сложную интерференционную картину или вообще выходят за пределы интервала наблюдений, экспериментальные годографы прослеживаются на интервале $[x_{\min}, x_{\max}]$, который уже интервала $[0, x^*]$ ($0 \leq x_{\min}, x_{\max} \leq x^*$). Вследствие этого пределы внешнего интегрирования в (3) оказываются равными $p_1 = t'(x_{\min})$ и $p_2 = t'(x_{\max})$.

Пределы u^* и u_0 внутреннего интеграла в (3), в общем случае, также неизвестны, кроме величин $u_{\max} \geq u_0$ и $u_{\min} = p_2 \leq u^*$. Первое соответствует максимальному значению показателя преломления $u(z)$ на верхней границе слоя $0z^*$ и, как правило, всегда может быть задано априори. Второе равняется значению производной годографа в крайней правой его точке.

В связи с этим обстоятельством встает вопрос. Как же в такой ситуации найти решение уравнения (3) при условии (4)? Предположим, что искомое распределение есть некоторая функция координаты z : $u = u(z)$ и $u(0) = u_0$, $u(z^*) = u^*$. Доопределим функцию $u = u(z)$ таким образом, чтобы новая функция $\tilde{u} = \tilde{u}(z)$ совпала с функцией $u = u(z)$ всюду на сегменте $[0, z^*]$, кроме быть может конечного числа точек сегмента. А именно, для сохранения монотонности $\tilde{u} = \tilde{u}(z)$ доопределим функцию $u = u(z)$ на концах сегмента $[z_0, z^*]$, положив $u = u_{\max} \geq u(0)$ и $u^* = u_{\min} = p_2 \leq u(z^*)$. Очевидно, в этом случае значение интеграла (2) не изменится и, в силу единственности решения задачи, полученное распределение функции $\hat{u}(z)$ будет отличаться от истинного только в слоях нулевой мощности. Таким образом, значения u_0 и u^*

можно задавать произвольно в интервалах $[u(0), u_{\max}]$ и $[u_{\min}, u(z^*)]$. Для неполного годографа функционал (3) примет вид

$$J(\varphi, x) = \int_{p_1}^{p_2} \frac{0,5}{p} \left\{ x(p) - 2p \int_{p_2}^{u_{\max}} \frac{\varphi(u) du}{\sqrt{u^2 - p^2}} \right\}^2 dp, \quad (3')$$

а уравнение (5) —

$$f(\omega) = 2 \int_{p_1}^{u_{\max}} \ln \frac{\sqrt{\omega^2 - p_1^2} + \sqrt{u^2 - p_1^2}}{\sqrt{\omega^2 - p_2^2} + \sqrt{u^2 - p_2^2}} \varphi(u) du, \quad (5')$$

где $f(\omega) = x_{\max} \arcsin \frac{p_2}{\omega} - x_{\min} \arcsin \frac{p_1}{\omega} - \int_x^{x_{\max}} \arcsin \frac{t'(x)}{\omega} dx$.

Сделаем несколько замечаний.

Замечание 1. Изложенная методика определения скоростной кривой по годографу отраженной волны дословно переносится на годограф волны, распространяющейся вверх от глубинного источника [18].

Замечание 2. Задача обращения годографа отраженной волны была рассмотрена в предположении, что слой с неизвестной скоростью начинается на дневной поверхности. Очевидно, точно так же можно рассмотреть эту задачу в предположении, что распределение скорости уже известно до глубины $z = z_0$, например по годографу рефрагированной волны. В этом случае вместо функции $x(p)$ следует рассмотреть функцию

$$x_1(p) = x(p) - 2p \int_0^{z_0} \frac{dz}{\sqrt{u^2(z) - p^2}} = 2p \int_{u^*}^{u_0} \frac{\varphi(u) du}{\sqrt{u^2 - p^2}}.$$

Замечание 3. В. С. Гейко в работах [1, 2, 5] ввел функцию распределения $\sigma(u)$, которая определяется как $\sigma(u) = \text{mes}\{z : z \leq z^*, v^{-1}(z) \leq u\}$, и показал, что $\sigma(u)$ однозначно определяется по годографу отраженной волны [5]. Очевидна связь между функциями $\varphi(u)$ и $\sigma(u)$: $\varphi(u) = \sigma'(u)$.

3. Численное обращение годографа отраженной волны. Остановимся на вопросе численного решения уравнения (5') при условии (4). Прежде всего заметим, что в левую часть уравнения (5') входит производная годографа $t'(x)$. Для определения $t'(x)$ экспериментальный годограф, заданный с погрешностями дискретным набором точек, следует сгладить некоторой кривой, обращенной выпуклостью вниз. В качестве такой кривой возьмем выпуклый кубический сплайн $T(x)$ [19], который минимизирует функционал

$$S = |BT'' - y|^2 \quad (6)$$

при ограничениях

$$T_i'' \geq 0, \quad (7)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$; T_i'' — второе производное сплайна $T(x)$ в точках x_i ; B — квадратная матрица размерности $n \times n$, элементы которой зависят только от x_i ; y — вектор свободных членов, зависящий от значений годографа $t(x_i)$ в точках наблюдений x_i . Задача минимизации функционала (6) при линейных ограничениях (7) является задачей квадратичного программирования.

Так как на каждом сегменте $[x_i, x_{i+1}]$ экспериментальный годограф аппроксимируется кубической параболой

$$T(x) = c_{i0} + c_{i1}(x - x_i) + c_{i2}(x - x_i)^2 + c_{i3}(x - x_i)^3,$$

где коэффициенты c_{ij} ($j=0, 1, 2, 3$) выражаются значениями сглаживающего сплайна и его вторых производных в узлах сетки

$$\Delta: x_{\min} = x_0 < x_1 < \dots < x_n = x_{\max},$$

то левую часть уравнения (5') можно записать в виде

$$f(\omega) = \sum_{i=0}^{n-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \arcsin \frac{c_{i1} + 2c_{i2}(x - x_i) + 3c_{i3}(x - x_i)^2}{\omega} dx - \\ - x_{\max} \arcsin \frac{\rho_2}{\omega} + x_{\min} \arcsin \frac{\rho_1}{\omega}.$$

Для численного решения уравнения (5') перейдем к его дискретизации, разбив сегмент $[\rho_2, u_{\max}]$ на N частичных сегментов $[u_{j-1}, u_j]$. Положим на каждом таком сегменте функцию $\varphi(u)$, равную константе, т. е. $\varphi(u) = \varphi_j$, $u \in [u_{j-1}, u_j]$, $j=1, 2, \dots, N$. В этом случае получим систему N линейных уравнений относительно N неизвестных φ_j :

$$f(\omega_i) = \sum_{j=1}^N d_{ij} \varphi_j, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (8)$$

где $d_{ij} = 2 \int_{u_{i-1}}^{u_j} \ln \frac{\sqrt{\omega_i^2 - \rho_2^2} + \sqrt{u^2 - \rho_2^2}}{\sqrt{\omega_i^2 - \rho_1^2} + \sqrt{u^2 - \rho_1^2}} du$ — положительно определенная матрица и $\varphi_i \geq 0$.

Очевидно, решение системы (8), которая может быть записана в виде $A^T \Phi = A^T x$, минимизирует функционал $S = \|\Phi - x\|^2$.

Таким образом, все сводится к задаче квадратичного программирования в конечномерном пространстве, которая всегда имеет единственное решение (при условии невырожденности матрицы D системы (8)), так как выпуклый по Φ функционал S ограничен снизу и непрерывен на выпуклом множестве $\Phi = \{\varphi_j | \varphi_j \geq 0\}$ [20].

Решая задачу (8) одним из известных методов, например методом сопряженных градиентов [21], найдем значения неизвестных величин φ_j . Учитывая, что

$$\varphi_j = - \frac{z_j - z_{j-1}}{u_j - u_{j-1}},$$

определим функцию $u(z) = v^{-1}(z)$ из соотношений

$$u(z) = u_{j-1} - \varphi_j^{-1}(z - z_{j-1}), \quad z \in [z_{j-1}, z_j].$$

Крайние значения ρ_2 и u_{\max} можно уточнить в процессе решения задачи путем итерационной процедуры. Решим задачу для значений $u_*^0 = \rho_2$ и $u_0^0 = u_{\max}$. Затем в качестве u^* и u_0 возьмем те крайние значения u_i и u_j , для которых φ_i и φ_j равны нулю. Снова решим задачу, но уже для крайних значений u^* и u_0^0 . И так далее, до тех пор, пока крайние значения φ_1 и φ_N не будут отличны от нуля.

Если на некотором шаге итерационной процедуры значения u^* и u_0 окажутся близкими, то матрица системы (8) будет близка к вырожденной. В этом случае $z_0 z^*$ следует рассматривать как слой с постоянной скоростью, параметры которого определяются из уравнений

$$x(p) = 2p \frac{\Delta z}{\sqrt{u^2 - p^2}}, \quad t(p) = 2 \frac{u^2 \Delta z}{\sqrt{u^2 - p^2}}$$

по формулам

$$u = \frac{1}{\rho_2 - \rho_1} \int_{\rho_1}^{\rho_2} \sqrt{\bar{u}(p)} p dp, \quad \Delta z = \frac{1}{2(\rho_2 - \rho_1)} \int_{\rho_1}^{\rho_2} x(p) \sqrt{\bar{u}(p)/p - 1} dp,$$

где $\bar{u}(p) = t(p)/x(p)$.

4. Численный пример реализации алгоритма. Для численного моделирования возьмем скоростную модель упругой среды, состоящую из шести слоев с линейным изменением скорости в каждом слое. В первом, расположенном в интервале глубин 0—1 км, градиент скорости

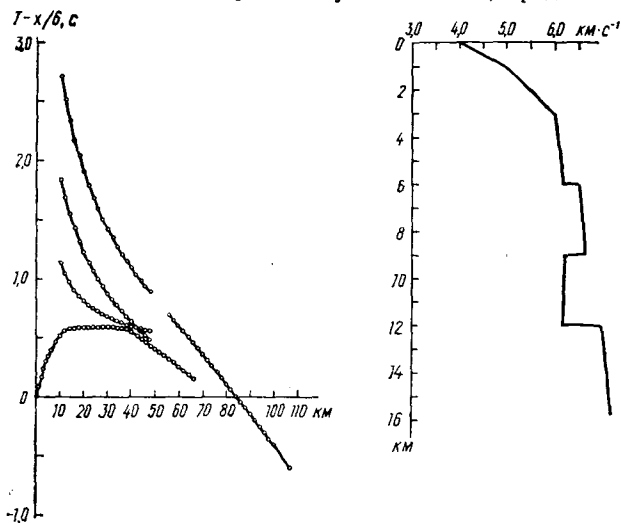


Рис. 1. Неполные годографы рефракгированных и отраженных волн и восстановленная по ним скоростная (сплошная линия) и исходная (пунктир) кривые (на рисунке пунктирная и сплошная кривые совпадают). Звездочками показаны точки годографа.

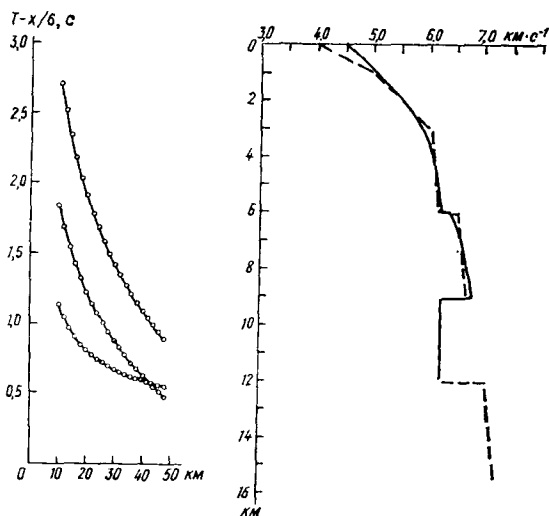


Рис. 2. Неполные годографы отраженных волн и восстановленная по ним скоростная кривая. Обозначения те же, что и на рис. 1.

равен 1 c^{-1} . Во втором он вдвое меньше и равен $0,5 \text{ c}^{-1}$. В третьем слое, начиная с глубины 3 км, градиент скорости равен $0,07 \text{ c}^{-1}$. На глубинах 6 и 9 км скоростная кривая имеет скачки скорости. Градиент скорости в слое, заключенном в этом интервале глубин, также равен $0,07 \text{ c}^{-1}$. В интервале глубин 9—12 км на нижней границе волновода с постоянной скоростью кривая имеет третий скачок.

На рис. 1 показана скоростная кривая для указанной модели и неполные годографы рефрагированных и отраженных волн в редукации 6 км/с. Во времена годографов были внесены случайные ошибки со среднеквадратичным отклонением 0,01 с и проведена совместная интерпретация годографов рефрагированных и отраженных волн. В результате интерпретации получена кривая, которая практически полностью совпала с заданной.

На рис. 2 приведен результат интерпретации годографов только отраженных волн. Из рисунка видно, что в целом полученная кривая

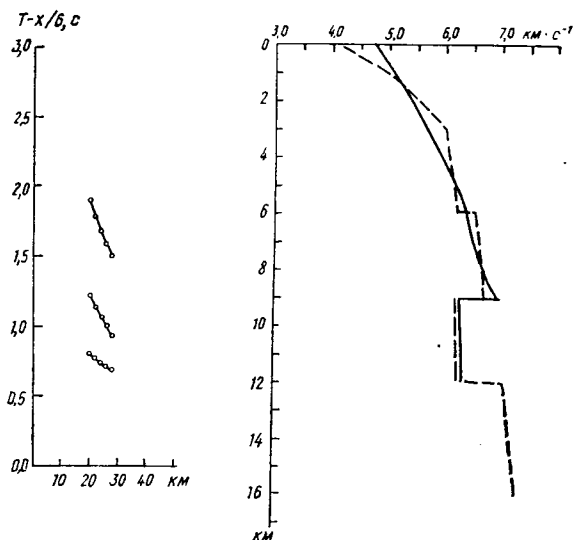


Рис. 3. Фрагменты годографов отраженных волн и восстановленная по ним скоростная кривая. Обозначения те же, что и на рис. 1.

хорошо совпала с исходной. Наиболее устойчиво определены положения границ и скорости над отражающими границами, менее устойчиво — скорости на верхних границах соответствующих слоев и скорость в области с резким изменением градиента.

На рис. 3 представлены небольшие фрагменты исходных годографов и скоростная кривая, полученная в результате обращения этих фрагментов. Нетрудно видеть, что положение границ определено практически без ошибок, но скоростная кривая имеет более гладкий характер, чем исходная.

Сравнивая результаты всех трех определений, можно сделать следующие выводы. Наилучшие результаты получаются при совместной интерпретации годографов рефрагированных и отраженных волн. В этом случае по годографам рефрагированных волн хорошо определяются участки с повышенным градиентом скорости и хуже участки с малыми градиентами, из-за незначительного проникания рефрагированных волн в глубь слоев, а по годографам отраженных волн хорошо определяются положение границ и значения скоростей сейсмических волн над границами.

5. Погрешности в определении положения отражающей границы. Оценим погрешности в определении глубины источника. Пусть истинное значение этой глубины равно z^* . Предположим, что в результате определений было получено значение глубины источника, равное \tilde{z} , и постоянная скорость в слое z^*z^* . Тогда для $\delta t = \tilde{t} - t$ и $\delta x = \tilde{x} - x$ при

условии $u(z) = u = \text{const}$, $z \in [z^* \bar{z}^*]$, получим

$$\delta t = \frac{u^2}{\sqrt{u^2 - \rho^2}} \delta z, \quad \delta x = \frac{\rho}{\sqrt{u^2 - \rho^2}} \delta z.$$

Принимая в качестве отклонения теоретического годографа $t = t(x)$ от экспериментального $\bar{t} = \bar{t}(x)$ величину [22]

$$\delta \tau(\rho) = \sqrt{[\delta t(\rho)]^2 + [\rho \delta x(\rho)]^2},$$

будем иметь

$$\delta z(\rho) = \sqrt{\frac{u^2 - \rho^2}{u^4 + \rho^4}} \delta \tau(\rho). \quad (9)$$

Формула (9) связывает величину ошибки в определении z^* с величиной погрешности $\delta \tau$, погрешности в измерении эпицентрального расстояния и времени пробега сейсмической волны, распространяющейся вдоль луча, с параметром ρ . Если решение задачи ищется по участку годографа, ограниченному лучами с параметрами ρ_1 и ρ_2 , то ошибку в определении z^* можно определить как среднюю величину для всех значений $\rho \in [\rho_1, \rho_2]$:

$$\begin{aligned} |\Delta z| &\leq \frac{1}{\rho_2 - \rho_1} \int_{\rho_1}^{\rho_2} |\delta z(\rho)| d\rho = \frac{1}{\rho_2 - \rho_1} \int_{\rho_1}^{\rho_2} \sqrt{\frac{u^2 - \rho^2}{u^4 + \rho^4}} \delta \tau(\rho) d\rho \leq \\ &\leq \frac{|\Delta \tau|}{u^2(\rho_2 - \rho_1)} \int_{\rho_1}^{\rho_2} \sqrt{u^2 - \rho^2} d\rho = \frac{1}{2u^2(\rho_2 - \rho_1)} \times \\ &\times \left\{ \rho \sqrt{u^2 - \rho^2} + u^2 \arcsin \frac{\rho}{u} \right\} \Big|_{\rho_1}^{\rho_2} |\Delta \tau|, \quad (10) \end{aligned}$$

где $|\Delta \tau| \in [|\delta \tau|_{\min}, |\delta \tau|_{\max}]$.

В частности, для полного годографа, когда $\rho_1 = 0$ и $\rho_2 = u$, получим

$$|\Delta z| \leq \frac{\pi}{4} \frac{\Delta \tau}{u}.$$

Заметим, что оценки (10) имеют апостериорный характер, так как предполагают знание отклонения от теоретического годографа от экспериментального. Численный эксперимент показывает хорошую согласованность полученных оценок с реальными ошибками в определении положения отражающей границы.

Розглянута одновимірна задача обертання експериментального годографа відбитої хвилі, що заданий дискретним набором точок. Задача обертання годографа зводиться до задачі квадратичного програмування. Наведені приклади числового обертання годографів, що вказують на стійкість методу.

One-dimensional problem on rotation of the experimental locus of the reflected wave preset by a discrete set of points is considered. The problem of the locus rotation is reduced to the problem of the quadratic programming. Numerical rotation of loci is exemplified to illustrate the stability of the method.

1. Гейко В. С. Теория обращения годографа преломленной волны. 1 // Геофиз. журн.— 1982.— 4, № 2.— С. 3—17.
2. Гейко В. С. Теория обращения годографа преломленной волны. 2 // Там же.— № 3.— С. 3—17.
3. Гервер М. Л., Маркушевич В. М. Определение по годографу скорости распространения сейсмических волн // Вычисл. сейсмология.— 1967.— Вып. 3.— С. 3—51.
4. Гейко В. С. Свойства и обращение годографа отраженной волны // Докл. АН СССР.— 1974.— 218, № 1.— С. 88—91.

5. Гейко В. С. Теория обращения годографа отраженной волны // Геофиз. журн.— 1980.— 2, № 3.— С. 14—28.
6. Гольдин С. В. Интерпретация данных сейсмического метода отраженных волн.— М.: Недра, 1979.— 344 с.
7. Гольдин С. В., Суворов В. Д. Аналитическое продолжение годографов отраженных волн // Докл. АН СССР.— 1975.— 222, № 4.— С. 825—828.
8. Маркушевич В. М. Характеристические свойства годографов от глубинных источников // Вычисл. сейсмология.— 1968.— Вып. 4.— С. 64—77.
9. Молчан Г. М. Об интегральном уравнении геометрической сейсмики // Там же.— 1977.— Вып. 10.— С. 115—124.
10. Бляс Э. Ф. Определение параметров градиенто-слоистой среды по годографам отраженных волн // Геология и геофизика.— 1982.— № 9.— С. 127—129.
11. Об определении сейсмического разреза методом отраженных волн / Ю. А. Будянский, А. В. Кудря, Н. И. Огуризов, А. А. Чекасин // Журн. вычисл. математики и мат. физики.— 1975.— 15, № 1.— С. 208—216.
12. Гольдин С. В., Киселева Л. С. О совместной обработке отраженных и рефрагированных волн по методу оптимизации // Вопр. теории и интерпретации сейсм. волн, 1975.— С. 91—108.
13. Молчан Г. М. Об использовании отраженных волн в рамках т-метода // Вычисл. сейсмология.— 1979.— Вып. 12.— С. 115—124.
14. Цветкова Т. А. К вопросу обоснования аппроксимационного подхода в задаче обращения годографа отраженной волны // Геофиз. журн.— 1983.— 5, № 2.— С. 55—63.
15. Цветкова Т. А. О задаче численного обращения годографа отраженной волны // Там же.— № 5.— С. 57—65.
16. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач.— М.: Наука, 1979.— 285 с.
17. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление.— М.: Наука, 1969.— 424 с.
18. Бурмин В. Ю. Обращение годографа сейсмической волны, распространяющейся от глубинного источника // Вулканология и сейсмология.— 1988.— № 6.— С. 62—71.
19. Бурмин В. Ю. Аппроксимация сейсмического годографа выпуклыми сплайнами // Изв. АН СССР. Физика Земли.— 1980.— № 2.— С. 90—96.
20. Карманов В. Г. Математическое программирование.— М.: Наука, 1975.— 272 с.
21. Никашова М. М. Алгоритм решения задачи квадратичного программирования методом сопряженных градиентов.— М.: ВЦ Моск. ун-та, 1968.— 11 с.
22. Баев А. В., Гласко В. Б. О решении обратной кинематической задачи сейсмики с помощью регуляризирующего алгоритма // Журн. вычисл. математики и мат. физики.— 1976.— 16, № 4.— С. 922—931.

Ин-т физики Земли АН СССР, Москва

Поступила 09.11.87