

УДК 550.310+517.43

НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ В ИНТЕРПРЕТАЦИИ ОБМЕННЫХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН

© 1999 г. В. Ю. Бурмин

Институт физики Земли РАН, Москва, 123810

Поступила в редакцию 01.02.99 г.

Показано, что по годографам обменных поперечных и прямых продольных сейсмических волн для вертикально-неоднородной упругой среды можно определить скорости распространения продольных и поперечных волн одновременно.

Для определения строения Земли, особенно в верхних ее частях, достаточно распространенным методом в сейсмологической практике является метод обменных волн от землетрясений (МОВЗ) [2, 3, 5, 9]. Тем не менее до настоящего времени не существует строгой теории обращения разности времен пробега продольной и обменной поперечной волн в скоростной разрез. Традиционно по данным МОВЗ по заданным средним скоростям распространения продольных и поперечных сейсмических волн определяется только глубина границы обмена. Обычно для этого применяют формулу М. Хазегава [3, 9, 10] или другие достаточно простые формулы [2, 3]. При этом для определения глубины границы обмена используют продольные и обменные поперечные волны, соответствующие одной точке наблюдений, но различным точкам на границе обмена, т.е. различным лучам, вдоль которых распространяются продольные сейсмические волны до границы обмена. В этом случае расстояние между точками обмена остается неизвестным, что приводит к неопределенности в нахождении скорости распространения сейсмических волн выше границы обмена.

В настоящей работе для определения скорости в слое и мощности слоя предложено использовать точки годографов продольной и обменной поперечной волн, соответствующие одной точке обмена и имеющие один и тот же лучевой параметр, т.е. соответствующие одному и тому же лучу до точки обмена. Для этого случая получены интегральные уравнения первого рода фредгольмова типа, связывающие скорости распространения продольных и поперечных сейсмических волн и разности годографов обменных поперечных и прямых продольных волн, распространяющихся в вертикально-неоднородной упругой среде, и решается задача определения скоростных характеристик среды как продольной, так и поперечной волн.

Основные уравнения. Пусть источник упругих колебаний помещен в некоторую точку упругой

среды. Рассмотрим ситуацию, при которой P -волна, падая снизу на границу слоя, возбуждает обменную SV -волну, которая вместе с P -волной регистрируется на дневной поверхности сейсмическими приемниками. При этом будем считать: 1) поверхность земли в области обмена и приема колебаний плоская; 2) скорость распространения сейсмических волн является ограниченной на конечном интервале глубин $[0, z]$, дважды кусочно-гладкой функцией глубины $v = v(z)$.

Запишем уравнения для определения разности эпицентральных расстояний и времен пробега обменной SV - и P -волн от границы обмена $z = z^*$ до точки регистрации в параметрическом виде

$$\Delta x(p) = \int_0^{z^*} \left\{ \frac{p}{(u_p^2(z) - p^2)^{1/2}} - \frac{p}{(u_s^2(z) - p^2)^{1/2}} \right\} dz, \quad (1)$$

$$\Delta t(p) = \int_0^{z^*} \left\{ \frac{u_s^2(z)}{(u_s^2(z) - p^2)^{1/2}} - \frac{u_p^2(z)}{(u_p^2(z) - p^2)^{1/2}} \right\} dz, \quad (2)$$

где $u_p(z) = v_p^{-1}(z)$ и $u_s(z) = v_s^{-1}(z)$ – величины, обратные скоростям распространения соответственно P - и SV -волн; p – параметр луча P - и SV -волн; $0 \leq p \leq u_p(z^* + 0)$. Здесь считаем, что значения $x_p(p)$, $x_s(p)$ и $t_p(p)$, $t_s(p)$ соответствуют одной и той же точке границы обмена, но различным точкам регистрации прямой P - и обменной SV -волн.

В рассматриваемой задаче прямая P - и обменная SV -волна проходят слой $0z^*$ насквозь, т.е. сейсмические лучи не имеют в этом слое точек поворота. Это означает, что если разбить слой $0z^*$ на элементарные слои и поменять эти слои местами, то времена пробега волн и эпицентральные расстояния не изменятся. Следовательно, функции $v_p(z)$ и $v_s(z)$ не определяются по разности времен пробега обменной SV -волны и прямой P -волны единственным образом, так как разным

скоростным функциям $v_p(z)$ и $v_s(z)$, имеющим одни и те же меры $H(u)$ и $G(u)$, где

$$H(u) = \text{mes}\{z: z \leq z^*, v_p^{-1}(z) \leq u_p\},$$

$$G(u) = \text{mes}\{z: z \leq z^*, v_s^{-1}(z) \leq u_s\},$$

соответствуют одни и те же времена пробега поперечных $t_p(p)$ и продольных сейсмических волн $t_s(p)$ [6]. По определению, функции $H(u)$ и $G(u)$: а) не убывают; б) равны нулю при $-\infty < u \leq u^* = u(z^* - 0)$; в) равны $h = z^*$ при $u(0) = u_0 \leq u < \infty$. Здесь u^* и u_0 — соответственно минимальное и максимальное значения функции $u(z) = v_Q^{-1}(z)$ в слое над границей обмена, где $Q = \{P, S\}$.

Запишем уравнения (1) и (2) в виде интегралов Стильтеса:

$$\Delta x(p) = p \int_{u_p^*}^{u_p^0} \frac{dH(u)}{(u^2 - p^2)^{1/2}} - p \int_{u_s^*}^{u_s^0} \frac{dG(u)}{(u^2 - p^2)^{1/2}}, \quad (3)$$

$$\Delta t(p) = \int_{u_p^*}^{u_p^0} \frac{u^2 dH(u)}{(u^2 - p^2)^{1/2}} - \int_{u_s^*}^{u_s^0} \frac{u^2 dG(u)}{(u^2 - p^2)^{1/2}}, \quad (4)$$

где $0 \leq p \leq u_Q(z^* + 0) = u_Q^* \leq u_Q \leq u_Q^0$; $Q = \{P, S\}$; $dH(u) \geq 0$, $dG(u) \geq 0$.

Поставим задачу: из уравнений (3) и (4) определить функции $H(u)$ и $G(u)$, следовательно, глубину границы обмена и минимальные и максимальные значения скоростей соответствующих сейсмических волн в слое над этой границей.

Умножим правую и левую части уравнения (3) на $1/(w^2 - p^2)^{1/2}$, а уравнения (4) на $w^2 p / (w^2 - p^2)^{1/2}$ и проинтегрируем полученные выражения по параметру p в пределах p_1 и p_2 . В результате будем иметь

$$f(w) = \int_{p_1}^{p_2} \frac{\Delta x(p) dp}{(w^2 - p^2)^{1/2}} = \int_{p_1}^{p_2} \frac{p}{(w^2 - p^2)^{1/2}} \times$$

$$\times \left\{ \int_{u_p^*}^{u_p^0} \frac{dH(u)}{(u^2 - p^2)^{1/2}} - \int_{u_s^*}^{u_s^0} \frac{dG(u)}{(u^2 - p^2)^{1/2}} \right\} dp,$$

$$g(w) = w^2 \int_{p_1}^{p_2} \frac{\Delta t(p) p dp}{(w^2 - p^2)^{1/2}} = w^2 \int_{p_1}^{p_2} \frac{p}{(w^2 - p^2)^{1/2}} \times$$

$$\times \left\{ \int_{u_p^*}^{u_p^0} \frac{u^2 dH(u)}{(u^2 - p^2)^{1/2}} - \int_{u_s^*}^{u_s^0} \frac{u^2 dG(u)}{(u^2 - p^2)^{1/2}} \right\} dp,$$

где $0 \leq p_1 \leq p \leq p_2 \leq u_p^* \leq w$; $u \leq u_s^0$.

В правых частях уравнений поменяем местами интегралы, тогда получим

$$f(w) = \int_{u_p^*}^{u_p^0} dH(u) \int_{p_1}^{p_2} \frac{p dp}{((w^2 - p^2)(u^2 - p^2))^{1/2}} -$$

$$- \int_{u_s^*}^{u_s^0} dG(u) \int_{p_1}^{p_2} \frac{p dp}{((w^2 - p^2)(u^2 - p^2))^{1/2}},$$

$$g(w) = w^2 \int_{u_p^*}^{u_p^0} u^2 dH(u) \int_{p_1}^{p_2} \frac{p dp}{((w^2 - p^2)(u^2 - p^2))^{1/2}} -$$

$$- w^2 \int_{u_s^*}^{u_s^0} u^2 dG(u) \int_{p_1}^{p_2} \frac{p dp}{((w^2 - p^2)(u^2 - p^2))^{1/2}}.$$

Внутренние интегралы в последних уравнениях равны

$$K(w, u) = \int_{p_1}^{p_2} \frac{p dp}{((w^2 - p^2)(u^2 - p^2))^{1/2}} =$$

$$= \ln \frac{(w^2 - p_1^2)^{1/2} + (u^2 - p_1^2)^{1/2}}{(w^2 - p_2^2)^{1/2} + (u^2 - p_2^2)^{1/2}}.$$

Функции $f(w)$ и $g(w)$ можно записать в виде, удобном для численного интегрирования:

$$f(w) = f_P(w) - f_S(w); \quad g(w) = g_P(w) - g_S(w),$$

где

$$f_Q(w) = x(p_2) \arcsin \frac{p_2}{w} -$$

$$- x(p_1) \arcsin \frac{p_1}{w} - \int_{x_1}^{x_2} \arcsin \frac{t'(x)}{w} dx,$$

$$g_Q(w) = w^2 \left\{ t(p_1)(w^2 - p_1^2)^{1/2} - t(p_2)(w^2 - p_2^2)^{1/2} + \right.$$

$$\left. + \int_{x_1}^{x_2} (w^2 - t'^2(x))^{1/2} t'(x) dx \right\}, \quad Q = \{P, S\}.$$

Окончательно уравнения, определяющие функции $H(u)$ и $G(u)$, запишутся в виде

$$f(w) = \int_{u_p^*}^{u_p^0} K(w, u) dH(u) - \int_{u_s^*}^{u_s^0} K(w, u) dG(u), \quad (5)$$

$$g(w) = \left. \begin{aligned} &= w^2 \left\{ \int_{u_p^*}^{u_p^0} u^2 K(w, u) dH(u) - \int_{u_s^*}^{u_s^0} u^2 K(w, u) dH(u) \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Таким образом, получили систему из двух интегральных уравнений Фредгольма типа относительно двух функций $H(u)$ и $G(u)$, которые должны удовлетворять условиям

$$dH(u) \geq 0; \quad dG(u) \geq 0. \quad (7)$$

Нетрудно убедиться в том, что функции $H(u)$ и $G(u)$, являющиеся решениями уравнений (5) и (6), минимизируют функционалы

$$I(H, \Delta x) = \int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{p} \left\{ \Delta x(p) - p \int_{u_p^*}^{u_p^0} \frac{dH(u)}{(u^2 - p^2)^{1/2}} + p \int_{u_s^*}^{u_s^0} \frac{dG(u)}{(u^2 - p^2)^{1/2}} \right\}^2 dp, \quad (8)$$

$$J(H, \Delta t) = \int_{p_1}^{p_2} p \left\{ \Delta t(p) - \int_{u_p^*}^{u_p^0} \frac{u^2 dH(u)}{(u^2 - p^2)^{1/2}} + \int_{u_s^*}^{u_s^0} \frac{u^2 dG(u)}{(u^2 - p^2)^{1/2}} \right\}^2 dp. \quad (9)$$

Это означает, что в качестве решения уравнений (5) и (6) будем рассматривать решение в смысле наименьших квадратов.

Таким образом, задача определения функций $u_p(z) = v_p^{-1}(u)$ и $u_s(z) = v_s^{-1}(u)$ по разности годографов обменной поперечной и прямой продольной волн сводится к задаче квадратичного программирования в бесконечномерном пространстве, минимизации квадратичных функционалов (8) и (9) при линейных ограничениях (7).

Лучевой параметр p пробегает значения в интервале $[p_1, p_2]$, где $p_1 = t'(x_{\min}) \geq 0$ и $p_2 = t'(x_{\max}) \leq u^*$, если годографы обращены выпуклостью вниз; $p_1 = t'(x_{\max}) \geq 0$ и $p_2 = t'(x_{\min}) \leq u^*$, если годографы обращены выпуклостью вверх. Указанный интервал изменения лучевого параметра должен быть достаточно широким. В этом случае определение скорости распространения сейсмических волн будет более устойчивым. Чтобы это условие было выполнено, необходимо зарегистрировать

обменные волны от землетрясений в достаточно большом диапазоне или глубин, или эпицентральных расстояний.

Для вычисления интегралов в левых частях интегралов (5), (6) и ядра K необходимо знать значения производных годографов P - и SV -волн, которые равны соответствующим лучевым параметрам, только в крайних их точках.

Численное решение задачи. 1. Для решения системы уравнений (5) и (6) при условиях (7) перейдем к их дискретизации, разбив сегменты $[u_p^*, u_p^0]$ и $[u_s^*, u_s^0]$ N точками на $N - 1$ частичных сегментов $[u_{j-1}^p, u_j^p]$ и $[u_{j-1}^s, u_j^s]$. Рассмотрим на сегментах $[u_p^*, u_p^0]$ и $[u_s^*, u_s^0]$ функции скачков ΔH_j и ΔG_j ($j = 1, 2, \dots, N$). В этом случае будем иметь две системы $2N$ уравнений линейных относительно $2N$ неизвестных ΔH_j и ΔG_j и нелинейных относительно четырех неизвестных $u_p^*, u_p^0, u_s^*, u_s^0$, которые можно записать в виде

$$Ay - f = 0; \quad By - g = 0; \quad (10)$$

$$\Delta H_j \geq 0, \quad \Delta G_j \geq 0; \quad (11)$$

где

$$A = \{a_{ij}\}; \quad B = \{b_{ij}\}; \quad f^T = \{f_i\}; \quad g^T = \{g_i\};$$

$$y^T = \{\Delta H_j\}; \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad j = 1, 2, \dots, N;$$

$$a_{ij} = \ln \frac{(w_i^2 - p_1^2)^{1/2} + (u_j^2 - p_1^2)^{1/2}}{(w_i^2 - p_2^2)^{1/2} + (u_j^2 - p_2^2)^{1/2}},$$

$$u_j \in [u_p^*, u_p^0]; \quad w_i \in [u_p^*, u_p^0] \quad \text{при} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, N \\ j = 1, 2, \dots, N, \end{cases}$$

$$u_j \in [u_p^*, u_p^0]; \quad w_i \in [u_s^*, u_s^0]$$

$$\text{при} \quad \begin{cases} i = N + 1, N + 2, \dots, N \\ j = 1, 2, \dots, N, \end{cases}$$

$$a_{ij} = -\ln \frac{(w_i^2 - p_1^2)^{1/2} + (u_j^2 - p_1^2)^{1/2}}{(w_i^2 - p_2^2)^{1/2} + (u_j^2 - p_2^2)^{1/2}},$$

$$u_j \in [u_s^*, u_s^0]; \quad w_i \in [u_p^*, u_p^0]$$

$$\text{при} \quad \begin{cases} i = 1, 2, \dots, N \\ j = N + 1, N + 2, \dots, 2N, \end{cases}$$

$$u_j \in [u_s^*, u_s^0]; w_i \in [u_s^*, u_s^0]$$

$$\text{при } \begin{cases} i = N+1, N+2, \dots, 2N \\ j = N+1, N+2, \dots, 2N, \end{cases}$$

$$b_{ij} = w_i^2 u_j^2 \ln \frac{(w_i^2 - p_1^2)^{1/2} + (u_j^2 - p_1^2)^{1/2}}{(w_i^2 - p_2^2)^{1/2} + (u_j^2 - p_2^2)^{1/2}},$$

$$u_j \in [u_p^*, u_p^0]; w_i \in [u_p^*, u_p^0] \text{ при } \begin{cases} i = 1, 2, \dots, N \\ j = 1, 2, \dots, N, \end{cases}$$

$$u_j \in [u_p^*, u_p^0]; w_i \in [u_s^*, u_s^0]$$

$$\text{при } \begin{cases} i = N+1, N+2, \dots, 2N \\ j = 1, 2, \dots, N, \end{cases}$$

$$b_{ij} = -w_i^2 u_j^2 \ln \frac{(w_i^2 - p_1^2)^{1/2} + (u_j^2 - p_1^2)^{1/2}}{(w_i^2 - p_2^2)^{1/2} + (u_j^2 - p_2^2)^{1/2}},$$

$$u_j \in [u_s^*, u_s^0]; w_i \in [u_p^*, u_p^0]$$

$$\text{при } \begin{cases} i = 1, 2, \dots, N \\ j = N+1, N+2, \dots, 2N, \end{cases}$$

$$u_j \in [u_s^*, u_s^0]; w_i \in [u_s^*, u_s^0]$$

$$\text{при } \begin{cases} i = N+1, N+2, \dots, 2N \\ j = N+1, N+2, \dots, 2N. \end{cases}$$

Предположим, что величины u_p^* , u_p^0 и u_s^* , u_s^0 заданы, т.е. известны. Решая системы (10), определим распределение скорости распространения P - и S -волн и, следовательно, функцию $k(z) = v_p(z)/v_s(z)$.

Задача решения систем линейных уравнений (10) при линейных ограничениях (11) и при заданных значениях u_p^* , u_p^0 и u_s^* , u_s^0 является задачей квадратичного программирования в конечномерном пространстве [7]. Если матрицы A и B невырождены, то задача квадратичного программирования имеет единственное решение, так как выпуклые по u функционалы I и J ограничены снизу и непрерывны на выпуклом множестве $Y = \{y | y \geq 0\}$ [7].

Функции $H(u)$ и $G(u)$ на сегментах $[u_p^*, u_p^0]$ и $[u_s^*, u_s^0]$ определим из соотношений

$$H(u) = H_n = \sum_{j=1}^n \Delta H_j; u \in [u_j^p, u_{j+1}^p];$$

$$\Delta H_j \geq 0, \quad n = 1, 2, \dots, N; \quad H_0 = H(u_p^*) = 0,$$

$$G(u) = G_n = \sum_{j=1}^n \Delta G_j; u \in [u_j^s, u_{j+1}^s],$$

$$\Delta G_j \geq 0, \quad n = 1, 2, \dots, N; \quad G_0 = G(u_s^*) = 0,$$

$$H_N = G_N.$$

2. Стандартный метод решения задачи квадратичного программирования – метод сопряженных градиентов. Этот метод всегда сходится за конечное число шагов, но требует начального, или нулевого приближения [8]. В качестве нулевого приближения могут быть приняты средняя скорость сейсмической волны в слое и соответствующая ей мощность слоя.

Рассмотрим задачу определения скорости сейсмических волн в слое и положение границы обмена в предположении, что скорости P - и SV -волн в слое постоянны. В этом случае $n = 1$; $u_i = u$; $w_j = w$; $u, w = \text{const}$; $H(u) = G(w) = \Delta z$ и уравнения (5) и (6) запишутся в виде

$$f(u) = \{K(u) - K(u, w)\} \Delta z;$$

$$f(w) = \{K(u, w) - K(w)\} \Delta z;$$

$$g(u) = \{w^2 K(u, w) - u^2 K(u)\} \Delta z;$$

$$g(w) = \{w^2 K(w) - u^2 K(u, w)\} \Delta z.$$

Таким образом, имеем четыре уравнения относительно трех неизвестных. Однако можно показать, что они не являются независимыми. Одно из них – комбинация других трех уравнений.

Численные эксперименты показали, что наилучшая схема решения этих уравнений следующая. Из первых двух уравнений находим

$$\Delta z = 0.5 \left[\frac{f(w)}{K(u, w) - K(w)} - \frac{f(u)}{K(u) - K(u, w)} \right].$$

Подставляя Δz в оставшиеся два уравнения, получим

$$w^2 K(u, w) - u^2 K(u) = G_1;$$

$$w^2 K(w) - u^2 K(u, w) = G_2,$$

где $G_1 = g(u)/\Delta z$; $G_2 = g(w)/\Delta z$.

Будем решать эти уравнения методом простой итерации. Для этого запишем u^2 и w^2 в виде

$$u^2 = [G_1 K(w) - G_2 K(u, w)] / \det;$$

$$w^2 = [G_1 K(u, w) - G_2 K(u)] / \det,$$

где $\det = K^2(u, w) - K(u)K(w)$.

Решая последние уравнения, найдем значения u и w . Подставляя u и w в уравнение, находим значение Δz . В данном случае метод простой итерации сходится к решению фактически при любом начальном приближении, т.е. является достаточно устойчивым.

Чтобы решить задачу, необходимо задать крайние значения сегментов $[u_p^*, u_p^0]$ и $[u_s^*, u_s^0]$. Обычно эти величины неизвестны. Чтобы определить их, поступим следующим образом. Учитывая, что искомые распределения скоростей P - и SV -волн в слое есть некоторая функция координаты z : $u_Q = u_Q(z)$ и $u_Q(0) = u_Q^0$, $u_Q(z^*) = u_Q^*$ ($Q = \{P, S\}$), доопределим функции $u_Q = u_Q(z)$ так, чтобы новые функции $\tilde{u}_Q = \tilde{u}_Q(z)$ совпали с функциями $u_Q = u_Q(z)$ всюду на сегменте $[0, z^*]$, кроме, быть может, конечного числа точек сегмента. А именно, для сохранения монотонности $\tilde{u}_Q = \tilde{u}_Q(z)$ доопределим функции $u_Q = u_Q(z)$ на концах сегмента $[0, z^*]$, положив $u_0 = u_{\max} \geq u_Q(0)$ и $u^* = u_{\min} = p_2 \leq u_Q(z^*)$. Здесь u_{\max} соответствует максимальному значению показателя преломления $u_Q(z)$ на верхней границе слоя $0z^*$ и, как правило, всегда может быть задано априори; u_{\min} не меньше значения производной годографа P -волны в крайней правой его точке или, например, если исследуется земная кора, не меньше значения обратной величины скорости в мантии сразу под границей Мохоровичича. В этом случае значение интегралов (3) и (4) не изменится и, если задача имеет единственное решение, полученное распределение функции $\tilde{u}(z)$ будет отличаться от истинного только в слоях нулевой мощности. В процессе численного решения задачи крайние значения u_{\max} и u_{\min} уточняют путем итерационной процедуры. Делают это следующим образом. На первом шаге задачу решают для крайних значений $u^{*0} = u_{\min}$ и $u_0^0 = u_{\max}$. Затем в качестве u^* и u_0 берут те крайние значения u_i и u_j , для которых ΔH_i , ΔH_j и ΔG_i , ΔG_j не равны нулю (больше нуля при заданной точности вычислений). Снова решают задачу, но уже для новых крайних значений $u^* = u_i$ и $u_0 = u_j$. И так далее до тех пор, пока крайние значения ΔH_1 , ΔH_N и ΔG_1 , ΔG_N не становятся отличными от нуля.

Заметим, что в левую и правую части уравнений (5) и (6) входит параметр луча p прямой про-

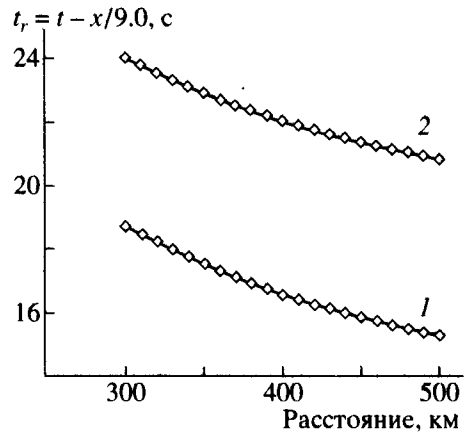


Рис. 1. Годографы прямой продольной (1) и поперечной обменной (2) волн.

дольной волны, численно равный производной годографа $t(x)$. Экспериментальный годограф, заданный с погрешностями дискретным набором точек, в этом случае следует сгладить некоторой кривой, обращенной выпуклостью вверх или вниз, в зависимости от того, какая ветвь годографа рефрагированной волны (до точки перегиба или после, прямая ветвь или обратная) рассматривается. В качестве такой кривой следует взять выпуклый кубический сплайн $T(x)$ [4].

Чтобы вычислить интегралы в левых частях уравнений (5) и (6), необходимо определить точки годографов P - и SV -волн с одинаковыми значениями лучевых параметров p_1 и p_2 . Для этого можно воспользоваться интерполяционными формулами для самого кубического сплайна и его первой производной через значения второй производной сплайна в узлах сетки [1].

Обратимся к результатам математического моделирования. В качестве иллюстрации рассмотрим определение скоростей P - и SV -волн в коре Земли для модели, близкой к стандартной. Теоретические годографы P - и SV -волн в редукции 9 км/с представлены на рис. 1. Годографы соответствуют сейсмическим волнам, распространяющимся вверх от источника, расположенного на глубине 250 км, а обмен происходит на границе Мохоровичича на глубине 43 км. Производные годографов на концах равны обратным величинам кажущихся скоростей (соответственно ~ 12 и 10 км/с). Результаты определения скоростей продольных волн в коре по разности годографов P - и SV -волн приведены на рис. 2. Исходная скоростная кривая отвечает двухслойной коре со скоростями P -волн 6 км/с в первом слое, 6.75 на верхней границе и 6.84 км/с на нижней границе второго слоя. Значения скорости S -волн равны значениям скорости P -волн, деленным на 1.73. В качестве крайних значений скорости при решении задачи приняты значения 4 и 8 км/с для P -волн и 2.3 и

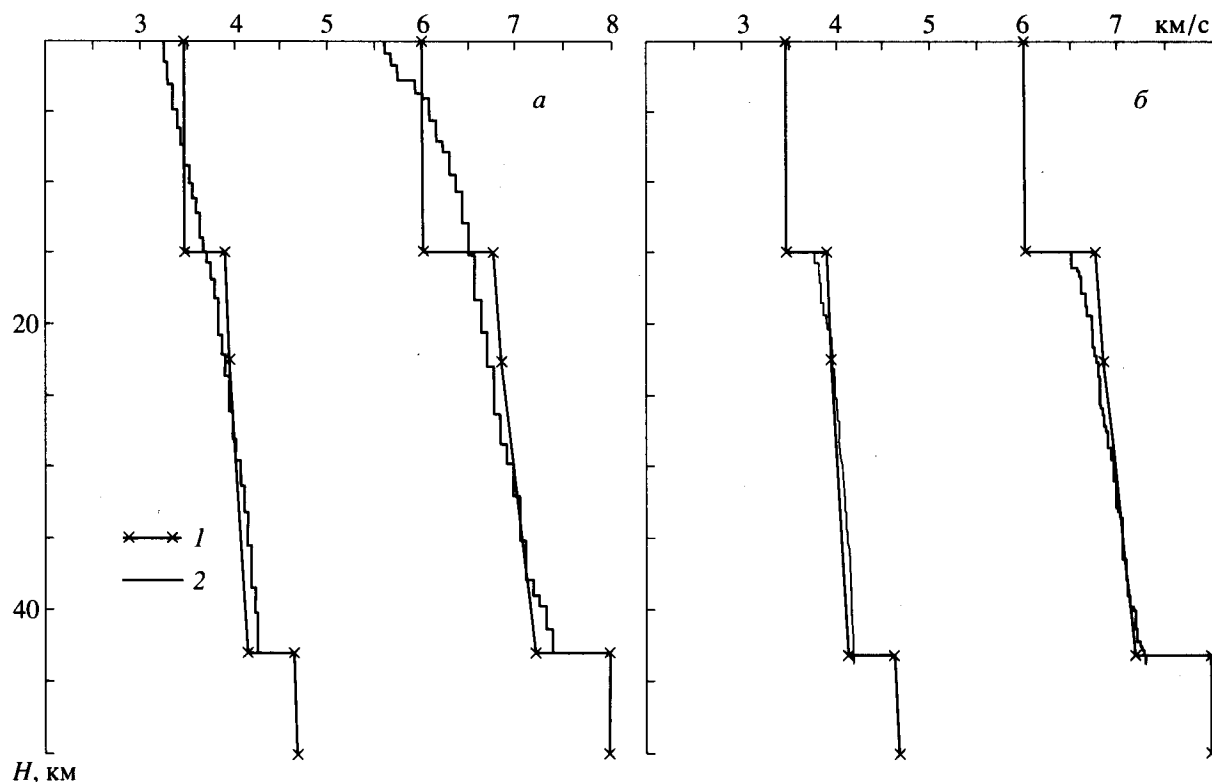


Рис. 2. Восстановленные скоростные кривые для двухслойной модели (а) и в одном слое двухслойной модели (б) земной коры по годографам, представленным на рис. 1: 1 – исходные скоростные кривые, 2 – восстановленные.

4.6 км/с для S -волн. Каждый интервал скоростей разбивали на 49 частичных сегментов. Интегралы в левых частях уравнений (5) и (6) вычисляются с помощью формулы Симпсона.

На рис. 2,а приведены результаты восстановления скоростных кривых в предположении, что скорости продольных и поперечных волн во всей коре неизвестны. Видно, что мощность слоя и скорости в слое, в смысле среднего значения, определяются достаточно хорошо, однако полученная скоростная кривая совершенно не отражает скачка скорости внутри слоя.

На рис. 2,б приведены результаты восстановления скоростных кривых в предположении, что скорость продольных волн известна в первом, но неизвестна во втором слое. В этом случае найденное распределение скоростей в слое близко к заданному в модели.

Таким образом, на основании результатов расчетов можно сделать вывод, что в классе рассматриваемых функций, т.е. монотонных ступенчатых положительных функций, задача восстановления скоростей продольных и поперечных волн по разности годографов обменной поперечной и прямой продольной волн имеет единственное решение, так как оно не зависит от выбора крайних значений u_{\max} и u_{\min} . Однако следует заметить, что определение скорости только продольных

волн при заданном отношении значений продольных и поперечных волн более устойчиво, чем одновременное восстановление скоростей продольных и поперечных волн.

Выводы. Показано, что по годографам обменных поперечных и прямых продольных сейсмических волн для вертикально-неоднородной упругой среды можно определить скорости распространения продольных и поперечных волн одновременно.

Чтобы получить годографы P - и SV -волн, достаточно регистрировать землетрясения с одинаковыми глубинами гипоцентров, но на разных эпицентральных расстояниях только в одной точке наблюдений. Чем больше диапазон изменения лучевых параметров, тем устойчивее определение распределения скорости в изучаемом слое. В результате таких наблюдений годографы сейсмических волн будут соответствовать вертикально-неоднородной среде только под точкой наблюдений (под сейсмической станцией). Имея достаточное количество таких точек, можно построить трехмерное распределение сейсмических скоростей в изучаемом слое внутри Земли.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алберг Дж., Нилсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения. М.: Мир, 1972. 316 с.

2. Андреев С.С. Изучение глубинного строения земной коры при помощи обменных волн PS , регистрируемых при землетрясениях // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1957. № 1. С. 21–29.
3. Булин Н.К. Определение глубины складчатого фундамента при помощи обменных проходящих волн типа PS , регистрируемых при землетрясениях // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1960. № 6. С. 781–786.
4. Бурмин В.Ю. Аппроксимация сейсмического годографа выпуклыми сплайнами // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1980. № 2. С. 90–96.
5. Гальперин Е.И., Гальперина Р.М., Фролова А.В., Эренбург М.С. Волновые поля в методе обменных волн землетрясений. М.: ОИФЗ РАН, 1995. 192 с.
6. Гервер М.Л., Маркушевич В.М. Определение по годографу скорости распространения сейсмических волн // Вычислительная сейсмология. Вып. 3. М.: Наука, 1967. С. 3–51.
7. Карманов В.Г. Математическое программирование. М.: Наука, 1975. 272 с.
8. Никашова М.М. Алгоритм решения задачи квадратичного программирования методом сопряженных градиентов. М.: ВЦ МГУ, 1968. 11 с.
9. Померанцева И.В., Мозженко А.Н. Сейсмические исследования с аппаратурой “Земля”. М.: Недра, 1977. 256 с.
10. Hasegawa M. Die Wirkung der obersten Erdschicht auf die Anfangsbewegung einer erdbeben Wellen // Z. Geophysik. 1930. B. 6. № 2. S. 78–98.

New Possibilities in Interpretation of Seismic Conversions

V. Yu. Burmin

Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, 123810, Russia

It is shown that travel times of converted shear waves and direct compressional waves can be used in a simultaneous inversion to derive compressional and shear wave distributions in a vertically varying elastic medium.