

УДК 551.21

БУРМИН В. Ю.

**ОБРАЩЕНИЕ ГОДОГРАФА СЕЙСМИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ,  
РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ ОТ ГЛУБИННОГО ИСТОЧНИКА**

REVERSAL OF TRAVEL — TIME CURVES OF SEISMIC WAVES PROPAGATING FROM A DEEP SOURCE, by Burmin V. Yu. This paper is a study of the problem related to seismic wave velocity determinations with the help of travel-time curves. Seismic waves are propagating from a deep source. Formulas of travel-time curve reversal have been derived and wave velocities have been determined with the help of experimental travel-time curves for the region of the Sea of Okhotsk.

(Received January 4, 1987)

*Institute of Physics of the Earth, USSR Academy of Sciences, Moscow, 123810, USSR***Введение**

До настоящего времени одним из методов определения скорости распространения сейсмических волн от глубинных источников является метод Б. Гутенберга. Недостатки метода Гутенберга очевидны. Чтобы определить распределение скорости этим методом необходимо иметь и знать распределение источников сейсмических волн во всем исследуемом диапазоне глубин. Это условие выполнимо далеко не всегда, а если оно выполнено, то, как правило, с большими погрешностями, что приводит к соответствующим погрешностям в определении скоростной функции  $v=v(z)$ . В основе упомянутого метода лежит тот факт, что значение скорости распространения сейсмической волны на глубине источника равняется значению кажущейся скорости волны в точке перегиба годографа. Таким образом, имея достаточное количество годографов от источников, распределенных по глубинам в некотором интервале  $[z_0, z^*]$ , можно определить распределение скорости  $v=v(z)$ ,  $x \in [z_0, z^*]$ .

Другими распространенными методами интерпретации годографов от глубинных источников являются метод перебора и близкий к нему по сути метод оптимизации, в основе которых лежит минимизация невязки теоретических и экспериментальных времен пробега сейсмических волн. К недостаткам этих методов следует отнести трудности в выборе начальной модели и способа параметризации разреза, а также отсутствие четких критериев выбора оптимального разреза.

В настоящей работе предлагается метод обращения годографа рефренированной волны, распространяющейся от глубинного источника. Рассмотрена его численная реализация и приведены результаты обращения осредненных экспериментальных годографов от землетрясений курило-японской сейсмической зоны.

**Годограф сейсмической волны от глубинного источника**

Рассмотрим годограф рефрагированной волны, распространяющейся от источника, расположенного на глубине  $z^* > 0$ . Пусть скоростная функция  $v=v(z)$  в точке  $x=z^*$  является непрерывной дифференцируемой функцией  $0 < v'(z) < \infty$ . Тогда годограф рефрагированной волны будет

иметь вид, показанный на рис. 1. В силу симметрии лучевой картины на рис. 1 представлен годограф, соответствующий лучам, уходящим вправо от источника. Уравнения годографа волны, распространяющейся вдоль лучей, идущих вверх от источника, запишутся в виде

$$x_1(p) = p \int_0^{z^*} \frac{dz}{\sqrt{v^{-2}(z) - p^2}}, \quad t_1(p) = \int_0^{z^*} \frac{dz}{v^2(z) \sqrt{v^{-2}(z) - p^2}}, \quad (1)$$

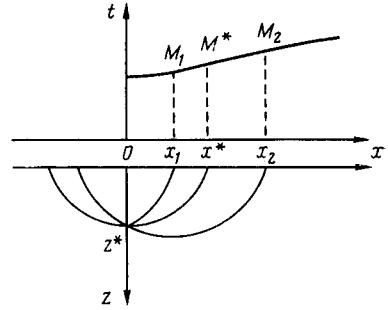
где  $p$  — лучевой параметр ( $0 \leq p \leq v^{-1}(z^*)$ ).

Уравнения годографа рефрагированной волны, распространяющейся вниз от источника, имеют вид

$$x_2(p) = x_1(p) + 2p \int_{z^*}^{z_m} \frac{dz}{\sqrt{v^{-2}(z) - p^2}}, \quad t_2(p) = t_1(p) + 2 \int_{z^*}^{z_m} \frac{dz}{v^2(z) \sqrt{v^{-2}(z) - p^2}}, \quad (2)$$

где  $v^{-1}(z_m) \leq p \leq v^{-1}(z^*)$ .

Полный годограф сейсмической волны в случае отсутствия петель представлен простой кривой, обращенной на участке  $[0, x^*]$  выпуклостью вниз, а на участке  $[x^*, x_m]$  выпуклостью вверх. При наличии петель на годографе на участке  $[x^*, x_m]$  ветви возврата обращены выпуклостью вниз. Точка  $(0, t_0)$  соответствует лучу, вышедшему вертикально из источника. Для этого луча  $p=0$ . Точка годографа  $M^*$  соответствует лучу, вышедшему из источника под углом  $\pi/2$  относительно оси  $z$ . В точке  $M^* p = v^{-1}(z^*)$  и вторая производная годографа меняет знак, т. е. точка  $M^*$  является точкой перегиба.



### Определение скорости распространения сейсмической волны в слое над источником

Пусть источник сейсмических колебаний расположен на глубине  $z^* > 0$ . Рассмотрим участок годографа, расположенный между точками  $x=0$  и  $x=x^*$ . В работе [3] показано, что функция  $v=v(z)$  не определяется по годографу единственным образом, так как разным функциям  $v(x)$ , имеющим одну и ту же меру  $H(r)$ , где

$$H(r) = \overline{\text{mes}} \{z, z \leq z^*, v(z) \leq r\},$$

соответствует одинаковая кривая  $t(x)$ ,  $x \in [0, x^*]$ . В связи с этим будем искать решение в классе непрерывных, строго возрастающих функций  $v(z)$ . Для удобства в дальнейшем будем рассматривать функцию  $u(z) = v^{-1}(z)$ , которая является также непрерывной, но строго убывающей функцией.  $u(z)$  имеет обратную функцию  $z=z(u)$ , заданную на сегменте  $[u^*, u_0]$ . Запишем функцию  $x_1(p)$  в виде

$$x_1(p) = p \int_{u^*}^{u_0} \frac{\varphi(u) du}{\sqrt{u^2 - p^2}}, \quad (3)$$

где  $\varphi(u) = -\frac{dz}{du} > 0$ ;  $u_0$  — значение показателя преломления на дневной поверхности;  $u^*$  — значение показателя преломления на глубине источника ( $u^* = t'(x^*)$ );  $0 \leq p \leq u^* \leq u \leq u_0$ .

Рис. 1. Годограф и лучи для глубинного источника

Уравнение (3) является интегральным уравнением первого рода Фредгольма типа. Задача решения уравнения (3) даже для положительных функций  $\varphi(u)$  некорректна, так как левая часть уравнения в общем случае может не принадлежать области значения интегрального оператора [8]. Поэтому в качестве решения уравнения (3) будем рассматривать решение в смысле наименьших квадратов, минимизирующее функционал

$$J(\varphi_1 x) = \int_0^{u^*} \left\{ p \int_{u^*}^{u_0} \frac{\varphi(u) du}{\sqrt{u^2 - p^2}} - x_1(p) \right\}^2 dp \quad (4)$$

и удовлетворяющее условию

$$\varphi(u) > 0. \quad (5)$$

Таким образом, задача определения функции  $u(z) = v^{-1}(z)$  по годографу от глубинного источника сводится к задаче квадратичного программирования (4), (5).

Функция  $u = u(z)$  определится как обратная к функции

$$z(u) = - \int_u^{u_0} \varphi(u) du, \quad u \in [u^*, u_0].$$

Оценим погрешность в определении глубины источника. Пусть истинное значение глубины источника равно  $z^*$ . Предположим, что в результате определений было получено значение глубины источника, равное  $\tilde{z}^*$ . Запишем разницу во временах пробега сейсмических волн от источников с глубинами  $z^*$  и  $\tilde{z}^*$  при условии  $u(z) = u = \text{const}$ ,  $z \in [z^*, \tilde{z}^*]$

$$\delta t = \tilde{t} - t = \int_{z^*}^{\tilde{z}^*} \frac{u^2(z) dz}{\sqrt{u^2(z) - p^2}} = \frac{u^2(\tilde{z}^* - z^*)}{\sqrt{u^2 - p^2}}. \quad (6)$$

Отсюда для абсолютного значения погрешности в определении имеем

$$|\delta z| = |\tilde{z} - z^*| = \frac{\sqrt{u^2 - p^2}}{u^2} |\delta t|. \quad (7)$$

Формула (7) связывает величину ошибки в определении  $z^*$  с величиной погрешности измерения времени пробега сейсмической волны вдоль луча с параметром  $p$ . Если решение задачи проводится по участку годографа, ограниченному лучами с параметрами  $p_1$  и  $p_2$ , то ошибку в определении  $x^*$  можно получить как среднюю величину для всех значений  $p \in [p_1, p_2]$  из соотношения

$$\begin{aligned} |\Delta z| &= \frac{1}{p_2 - p_1} \int_{p_1}^{p_2} |\delta z| dp \leq \frac{|\Delta t|}{u^2(p_2 - p_1)} \int_{p_1}^{p_2} \sqrt{u^2 - p^2} dp = \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{u^2(p_2 - p_1)} \left\{ p \sqrt{u^2 - p^2} + u^2 \arcsin \frac{p}{u} \right\} \Big|_{p_1}^{p_2} |\Delta t|, \end{aligned}$$

где  $|\Delta t| = \sup |\delta t(p)| = \text{const}$ ,  $p \in [p_1, p_2]$ . Для полного годографа, когда  $p_1 = 0$  и  $p_2 = u$ , имеем

$$|\Delta z| \leq \frac{\pi}{4} \frac{|\Delta t|}{u}.$$

### Определение скорости распространения сейсмической волны ниже источника

Рассмотрим функции

$$x(p) = x_1(p) + x_2(p) \quad \text{и} \quad t(p) = t_1(p) + t_2(p),$$

где  $v^{-1}(z_m) \leq p \leq v^{-1}(z^*)$ .  $x(p)$  и  $t(p)$  представляют собой уравнения годографа для поверхностного источника.

Запишем функцию

$$\begin{aligned} x(p, u^*) &= x(p) - 2p \int_0^{z^*} \frac{dz}{\sqrt{u^2(z) - p^2}} = x(p) - 2x_1(p) = \\ &= x_2(p) - x_1(p) = 2p \int_{z^*}^{z_m} \frac{dz}{\sqrt{u^2(z) - p^2}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Уравнение (8) приводится к интегральному уравнению Абеля, решая которое стандартным способом, получим формулу обращения непрерывного годографа рефрагированной волны для источника, расположенного на глубине  $z^*$ .

$$z_m = z(q) = z^* + \frac{1}{\pi} \int_0^{x(q, u^*)} \text{Arch} \left( \frac{p}{q} \right) dx(p, u^*), \quad (9)$$

которая вместе с соотношением  $p = t'(x) = v^{-1}(z)$  дает распределение скорости сейсмической волны ниже источника. В том случае, когда годограф рефрагированной волны состоит из конечного числа отрезков, т. е. имеет разрывы, следует воспользоваться методикой, изложенной в работе [2].

#### Численное обращение годографа рефрагированной волны, распространяющейся от глубинного источника

Как было отмечено выше, годограф рефрагированной волны, распространяющейся от глубинного источника, представлен простой кривой, обращенной выпуклостью вниз на участке  $[0, x^*]$  и выпуклостью вверх на участке  $[x^*, x_m]$ , соответствующем прямой ветви годографа. Как правило, реальные годографы, заданные с погрешностями дискретным набором точек, этому требованию не удовлетворяют. Поэтому, прежде чем применять формулы обращения, необходимо сгладить экспериментальный годограф некоторой кривой, которая бы удовлетворяла условиям выпуклости.

Кроме этого, в уравнения годографа входит параметр луча  $p$ , который определяется через производную годографа  $p = t'$ . Задачу вычисления производной годографа можно решить тоже с помощью сглаживающей кривой. Как показано в работе [1], для решения этих двух задач наиболее подходящей является выпуклая кубическая сплайн-функция  $T(x)$ , которая минимизирует функционал

$$S_T = \|AT^{\text{II}} - f\|^2$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} T_i^{\text{II}} = T^{\text{II}}(x_i) &\geq 0, & x_i \in [0, x^*], \\ T_i^{\text{II}} = T^{\text{II}}(x_i) &\leq 0, & x_i \in [x^*, x_m], \end{aligned}$$

где  $T_i^{\text{II}}$  — вторые производные сплайна  $T(x)$  в точках  $x_i$ .

Для численного решения уравнения (3) перейдем к его дискретизации. Для этого сегмент  $[u^*, u_0]$  разобьем на  $m$  частичных сегментов и положим на каждом таком сегменте функцию  $\varphi(u)$  равной константе, т. е.  $\varphi(u) = \varphi_j$ ,  $u \in [u_{j-1}, u_j]$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ . Тогда уравнение (3) запишется в виде линейной формы относительно параметров  $\varphi_j$

$$x_1(p) = \sum_{j=1}^m a_j(p) \varphi_j,$$

где

$$a_j(p) = p \ln \frac{u_j + \sqrt{u_j^2 - p^2}}{u_{j-1} + \sqrt{u_{j-1}^2 - p^2}}.$$

Зададим на оси  $p$  сетку

$$\Delta: 0 \leq p_1 < p_2 < \dots < p_n \leq u^* \quad (n \geq m).$$

В результате будем иметь систему  $n$  линейных уравнений относительно  $m$  неизвестных

$$A\varphi = x, \quad (10)$$

где  $x^T = \{x_i(p_i)\}$ ;  $\varphi^T = \{\varphi_j\}$ ;  $A = \{a_j(p_i)\}$  с линейными ограничениями на неизвестные величины

$$\varphi_j > 0. \quad (11)$$

В качестве решения задачи (10), (11) примем вектор, минимизирующий функционал

$$S = \|A\varphi - x\|^2, \quad (12)$$

где  $\|\cdot\|$  — евклидова норма, при ограничениях (11). В результате придем к задаче квадратичного программирования: минимизации квадратичного функционала (12) при ограничениях (11). Задача минимизации функционала (12) при ограничениях (11) всегда имеет единственное решение (при условии невырожденности матрицы системы (10)), так как выпуклый по  $\varphi$  функционал  $S$  ограничен снизу и непрерывен на выпуклом множестве  $\Phi = \{\varphi_j | \varphi_j \geq 0\}$  [4]. Таким образом, рассматриваемая дискретная задача обращения годографа волны, распространяющейся вверх от источника в классе строго монотонных кусочно-линейных функций  $u = u(z)$  всегда имеет единственное решение.

Решая задачу (12), (11) одним из известных методов, например методом сопряженных градиентов [4], найдем значения неизвестных величин  $\varphi_j$ . Учитывая, что

$$\varphi_j = - \frac{z_j - z_{j-1}}{u_j - u_{j-1}}$$

определим функцию  $u(z) = v^{-1}(z)$  из соотношений

$$u(z) = u_{j-1} - \varphi^{-1}(z - z_{j-1}), \quad z \in [z_{j-1}, z_j].$$

Если определения проводятся по  $n$  дискретным точкам годографа, то ошибку в определении  $z^*$  можно получить как средневзвешенную погрешность всех определений

$$|\Delta z| = \frac{\sum_{i=1}^n p_i |\delta z_i|}{\sum_{i=1}^n p_i} \leq \frac{\sum_{i=1}^n p_i \sqrt{u^2 - p_i^2}}{u^2 \sum_{i=1}^n p_i} |\Delta t|, \quad (13)$$

где в качестве  $|\Delta t|$  можно взять оценку среднеквадратического отклонения теоретических времен пробега сейсмических волн от полученных из эксперимента.

Одной из проблем при интерпретации экспериментальных годографов от глубинных источников является определение точки перегиба годографа. Используя оценки (13), эту проблему легко решить, переби-

рая все точки годографа. Точкой перегиба будет та точка, для которой оценка (13) примет минимальное значение.

После того как определена скоростная кривая выше источника, распределение скорости распространения сейсмических волн ниже него можно определить по формуле обращения (8) с помощью подходящей квадратурной формулы. Представим среду в виде плоскопараллельных слоев. Мощность слоев выберем таким образом, чтобы каждая точка экспериментального годографа являлась предельной точкой рефрагированной волны в соответствующем слое. Учитывая, что на каждом сегменте  $[x_i, x_{i+1}]$  экспериментальный годограф аппроксимируется кубической параболой

$$T(x) = a_{i,0} + a_{i,1}(x - x_i) + a_{i,2}(x - x_i)^2 + a_{i,3}(x - x_i)^3,$$

где коэффициенты  $a_{i,j}$  ( $j=0, 1, 2, 3$ ) выражаются через значения сглаживающего сплайна и его вторых производных в узлах сетки

$$\Delta: x^* = x_0 < x_1 < \dots < x_N = x_m$$

формулу обращения (9) можно записать в виде

$$z_m = z_N = z^* + \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^{N-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \text{Arch} \left[ \frac{a_{i,1} + 2a_{i,2}(x - x_i) + 3a_{i,3}(x - x_i)^2}{T'_N} \right] dx.$$

Последняя формула, точная на кубическом сплайне, может быть записана в виде

$$z_N = z_{N-1} + \frac{1}{\pi} \int_0^{y_N} \text{Arch} \left[ \frac{b_1 + 2b_2 y + 3b_3 y^2}{T'_N} \right] dy, \quad (14)$$

где  $y = x - 2\rho \int_{z^*}^{z_{N-1}} \frac{dz}{\sqrt{u^2(z) - \rho^2}} - \rho \int_0^{z^*} \frac{dz}{\sqrt{u^2(z) - \rho^2}}$ ;

$$0 \leq y \leq y_{Nj}; T'_N \leq \rho = b_1 + 2b_2 y + 3b_3 y^2 \leq T'_{N-1}.$$

Коэффициенты  $b_j$  ( $j=1, 2, 3$ ) в свою очередь равны

$$\begin{aligned} b_1 &= T'_{N-1}, \\ b_2 &= \frac{1}{y_N} \left\{ 3 \frac{T(y_N)}{y_N} - 2T'_{N-1} - T'_N \right\}, \\ b_3 &= - \frac{1}{y_N^2} \left\{ 2 \frac{T(y_N)}{y_N} - T'_{N-1} - T'_N \right\}, \end{aligned}$$

где  $y_N = x_N - 2\rho \int_{z^*}^{z_{N-1}} \frac{dz}{\sqrt{u^2(z) - \rho^2}} - \rho \int_0^{z^*} \frac{dz}{\sqrt{u^2(z) - \rho^2}}$ ;

$$T(y_N) = T(x_N) - 2\rho \int_{z^*}^{z_{N-1}} \frac{u^2(z) dz}{\sqrt{u^2(z) - \rho^2}} - \rho \int_0^{z^*} \frac{u^2(z) dz}{\sqrt{u^2(z) - \rho^2}}.$$

Чтобы вычислить значение интеграла в (14), разобьем сегмент  $[0, y_N]$  на  $n$  частичных сегментов с равномерным шагом  $h = y_N/n$  и аппроксимируем квадратичную параболу на каждом частичном сегменте линейной функцией

$$\lambda_j(y) = c_{1j} + c_{2j}(y - y_j); j = 1, 2, \dots, n + 1.$$

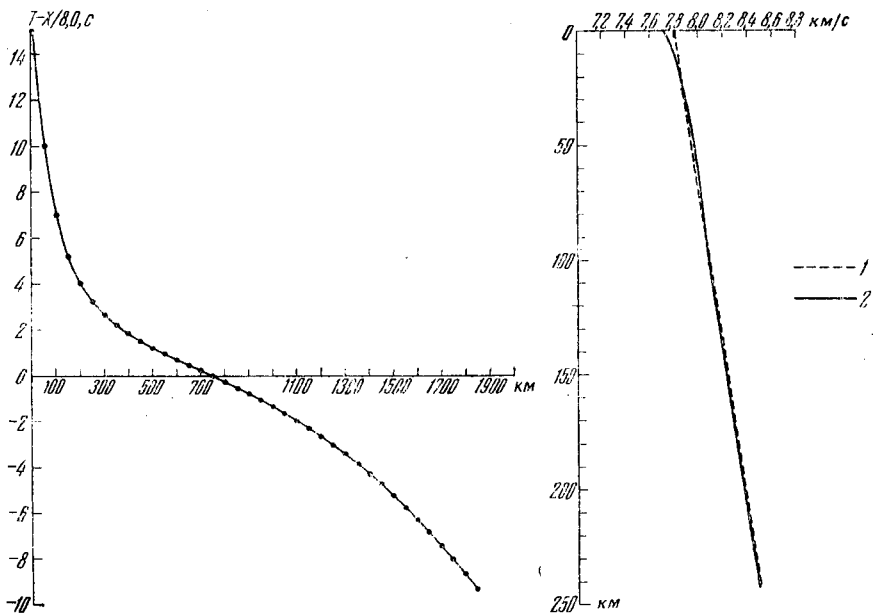


Рис. 2. Линейная модель скорости  $v=v(z)$  и соответствующий ей годограф для источника, расположенного на глубине 120 км. 1 — исходная скоростная кривая; 2 — восстановленная скоростная кривая

В результате получим

$$z_N = z_{N-1} + \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^n \int_{y_i}^{y_{i+1}} \text{Arch} \left[ \frac{c_{1,i} + c_{2,i}(y - y_i)}{T'_N} \right] dy =$$

$$= z_{N-1} + \frac{T'_N}{\pi} \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_{2,i}} \left\{ f_i \text{Arch } f_i - \sqrt{f_i^2 - 1} - \frac{c_{1,i}}{T'_N} \text{Arch } \frac{c_{1,i}}{T'_N} + \sqrt{\left( \frac{c_{1,i}}{T'_N} \right)^2 - 1} \right\},$$

где  $f_j = (c_{1,j} + c_{2,j}h)/T'_N$ , а коэффициенты  $c_{1,j}$  и  $c_{2,j}$  выражаются через коэффициенты кубической параболы по формулам

$$c_{1j} = b_1 + 2b_2y_j + 3b_3y_j^2, \quad c_{2j} = 2b_2 + 3b_3(y_{j+1} + y_j).$$

На рис. 2 представлен результат интерпретации теоретического годографа, полученного от источника, расположенного на глубине 120 км для линейной скоростной модели. Точность определения глубины источника составила  $\sim 0,03$  км.

### Результаты обращения экспериментальных годографов от охотоморских землетрясений

В 1965 г. Р. З. Тараканов опубликовал осредненные эмпирические годографы для землетрясений с глубинами очагов 0, 30, 60, 80 и 120 км для области, захватывающей центральную и северную Японию, южные и средние Курильские острова, южную часть Охотского моря и прилегающую к Курилам и Японии сейсмическую зону Тихого океана [6]. При построении годографов использовались данные советских и японских сейсмических станций. Построенные годографы стали основой для определений скоростных разрезов верхней мантии, проведенных различными авторами.

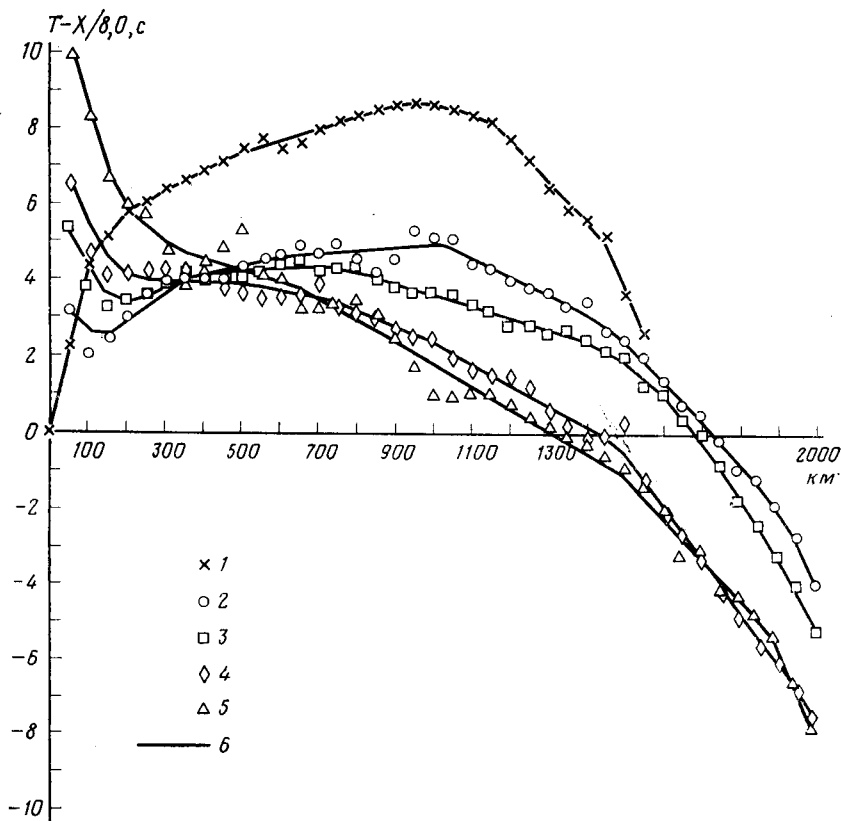


Рис. 3. Осредненные годографы Р. З. Тараканова [6] для глубин, км: 1—0; 2—30, 3—60, 4—80, 5—120, 6—соответствующие сглаженные годографы

Первый разрез был построен по этим годографам Р. З. Таракановым до глубин 350 км и имел вид ступенчатой кривой [6]. Позднее Р. З. Таракановым и Н. В. Левым была построена новая модель верхней мантии Курило-Японского региона [7]. Для построения этой модели был использован целый ряд сейсмических характеристик. Скорости объемных волн определялись методом Б. Гутенберга. В результате ими была получена полоса одномерных скоростных разрезов до глубин 600 км, которая имеет ширину 0,1–0,2 км/с и четко выраженные четыре слоя с пониженной скоростью: 60–90, 120–160, 220–300 и 370–430 км.

В работе Н. Н. Матвеевой и А. С. Алексева [5] по совокупности годографов, полученных Р. З. Таракановым, был построен скоростной разрез до глубин 220 км. Скоростной разрез определялся на основе математического перебора.

Аналогичная работа, использующая тот же метод и тот же экспериментальный материал, но другой критерий сравнения теоретических и экспериментальных годографов была выполнена С. А. Федотовым и др. [9]. В этой работе построена область возможных скоростных разрезов до глубин 200 км.

В настоящей работе годографы Р. З. Тараканова были проинтерпретированы по методике, описанной выше в классе непрерывных скоростных функций. На рис. 3 приведены точки экспериментальных годографов для глубин источников 0, 30, 60, 80, 120 км и соответствующие им сглаженные кривые. Минимальный разброс экспериментальных точек относительно сглаживающей кривой составляет 0,1 с для поверхностного источника, а максимальный—0,4 с для источника с глубиной 120 км. Для остальных источников разброс составляет 0,2 с.



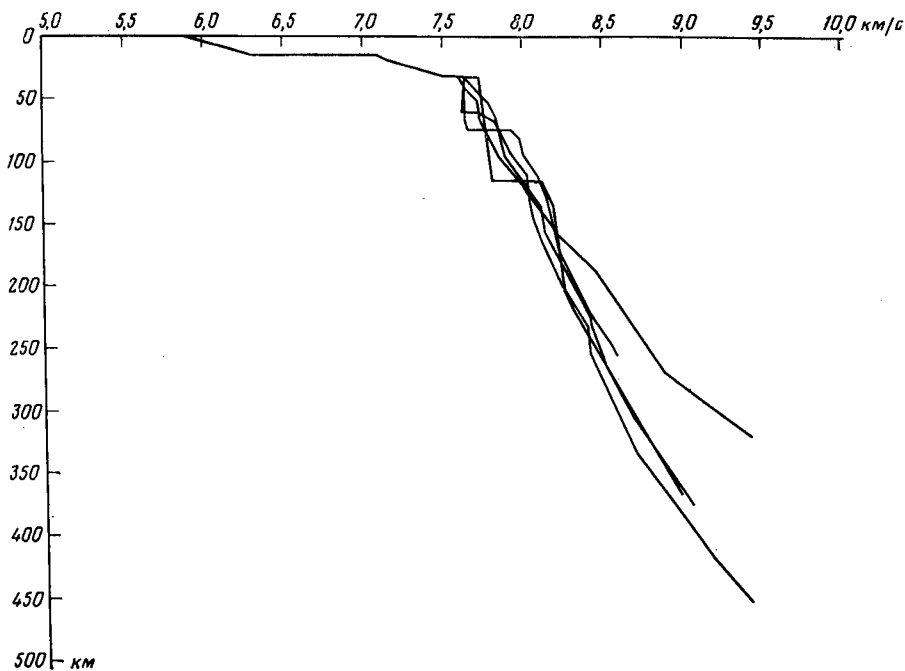


Рис. 4. Результаты интерпретации сглаженных годографов, приведенных на рис. 3

На рис. 4 представлены соответствующие скоростные кривые. Скоростная функция до глубины  $\sim 33$  км получена по годографу от поверхностного источника и определение скоростных кривых по годографам от глубинных источников проводилось при заданном распределении скорости до этой глубины. Из сравнения скоростных кривых, приведенных на рис. 4, между собой и со скоростными моделями, полученными ранее в работах [5] и [9], легко заметить, что кривые, соответствующие источникам, расположенным на глубинах 30, 60, 80 и 120 км, близки между собой и близки к моделям, полученным в [5] и [9]. Скоростная кривая, соответствующая поверхностному источнику, начиная с глубины  $\sim 150$  км, уходит вправо от других кривых, в сторону больших значений скорости. Такое поведение скоростной кривой, по-видимому, объясняется тем, что сейсмические лучи, выходящие из поверхностных источников, которые расположены на восточной окраине сейсмофокальной зоны, испытывают боковую рефракцию в более высокоскоростном тихоокеанском блоке. Очевидно, что при использовании методик работ [5] и [9] такие особенности рассматриваемого региона замеченными быть не могли.

Особо следует отметить, что ни одна скоростная кривая не дает оснований говорить о возможном существовании волноводов в верхней мантии региона. В случае существования волноводов на указанных в работе [7] глубинах, годографы рефрагированных волн на соответствующих эпицентральных расстояниях должны были иметь разрывы. Причем разрывы должны быть значительными, так как мощности волноводов, полученные в [7], составляют  $\sim 50$  км и более. Однако из рассмотрения годографов такого вывода не следует.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бурмин В. Ю. Аппроксимация сейсмического годографа выпуклыми сплайнами// Изв. АН СССР. Физика Земли. 1980. № 2. С. 90—96.
2. Бурмин В. Ю. Формулы обращения для разрывных годографов рефрагированных волн//Изв. АН СССР. Физика Земли. 1980. № 6. С. 94—100.
3. Гервер М. Л., Маркушевич В. М. Определение по годографу скорости распространения сейсмической волны//Вычислит. сейсмология. Вып. 3. М.: Наука, 1967. С. 3—51.
4. Карманов В. Г. Математическое программирование. М.: Наука, 1975. 272 с.
5. Матвеева Н. Н., Алексеев А. С. Машинный поиск вариантов скоростного разреза верхней мантии по совокупности годографов глубокофокусных землетрясений// Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Вып. VII. Л.: Наука, 1964. С. 130—143.
6. Тараканов Р. З. Годографы волн  $P$  и  $S-P$  и скоростной разрез верхней мантии Земли по данным наблюдений над курило-японскими землетрясениями//Изв. АН СССР. Физика Земли. 1965. № 7. С. 90—102.
7. Тараканов Р. З., Левый Н. В. Новая модель слоистого строения верхней мантии Земли Курило-Японского региона зоны перехода от Азиатского континента к Тихому океану по сейсмическим данным//Строение и развитие земной коры на советском Дальнем Востоке. М.: Наука, 1968. С. 137—150.
8. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979.
9. Федотов С. А., Матвеева Н. Н., Тараканов Р. З., Яновская Т. Б. О скоростях продольных волн в верхней мантии в области Японских и Курильских островов//Изв. АН СССР. Сер. геофизика. 1964. № 8. С. 1185—1192.

Институт физики Земли

Поступила в редакцию  
4.I 1987