

Ministry of Natural Resources of Russian Federation
ROSNEDRA Federal Agency
International Academy of Geoecology, Intec-Geon Ltd.
Central Geophysical Expedition
Euro-Asian Geophysical Society
Russian Academy of Natural Sciences

Министерство природных ресурсов РФ
Федеральное агентство по недропользованию
Международная академия геоэкологии, ООО НПО Интек-Геон
Центральная геофизическая экспедиции
Евро-Азиатское геофизическое общество
Российская академия естественных наук

21ST CENTURY GEOPHYSICS: 2006

Papers of the
8th V. V. Fedynski Geophysical Conference
(2 - 4 March 2006, Moscow)

Moscow
2007

ГЕОФИЗИКА XXI СТОЛЕТИЯ: 2006 год

Сборник трудов
Восьмых геофизических чтений им. В. В. Федынского
(2 - 4 марта 2006 г., Москва)

Москва
2007

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ ГИПОЦЕНТРОВ БЛИЗКИХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ В НЕОДНОРОДНЫХ ТРЕХМЕРНЫХ СРЕДАХ

В. Ю. Бурмин¹, А. М. Аветисян², К. В. Геворкян²

¹ - Институт физики Земли РАН, Москва, Россия;

² - Институт геофизики и инженерной сейсмологии НАН Республики Армения,
Гюмри, Армения

В сейсмологической практике при определении координат гипоцентра землетрясения в качестве последнего принимается точка из некоторой области S , которая реализует минимум функционала невязки времен

$$S_i = \sum_{i=1}^n (t_i - \tilde{t}_i)^2,$$

где t_i и \tilde{t}_i - теоретические и наблюдаемые времена пробега сейсмических волн от очага до регистрирующих станций. Если задаться уровнем погрешности δt , то тем значениям функционала S_i , для которых, например, $\sqrt{S_i/n} \leq \delta t$, будет соответствовать некоторая область θ в пространстве координат x, y, z . Точками этой области являются координаты гипоцентров, соответствующие теоретическим временам t_i .

Рассмотрим систему уравнений, связывающую координаты гипоцентра землетрясения и координаты регистрирующих сейсмических станций, в предположении, что поверхность Земли плоская, а точки наблюдений расположены на дневной поверхности:

$$(X - x_i)^2 + (Y - y_i)^2 + Z^2 = v_i^2(\tau_i - \tau_0)^2, \quad (2)$$

где X, Y, Z и τ_0 - по-прежнему координаты гипоцентра и время возникновения землетрясения (время в очаге); x_i, y_i, τ_i - координаты сейсмических станций, зарегистрировавших землетрясение, и времена прихода сейсмических волн на эти станции ($i = \overline{1, n}$); v_i - эффективные скорости распрост-

ранения сейсмических волн, численно равные отношению расстояния по прямой от i -й станции до гипоцентра к времени пробега сейсмической волны по лучу.

Правую часть уравнения (2) можно записать в виде $v_i^2(\tau_i - \tau_0)^2 = r_i^2$, где r_i - гипоцентральные расстояния от очага землетрясения до соответствующих регистрирующих станций.

Для того чтобы решить систему нелинейных уравнений (2), необходимо предварительно определить величины r_i^2 , которые равны $r_i^2 = d_i^2 + z^2$.

Каждому r_i соответствует некоторое множество ω переменных z, d_i . При этом каждому набору z, d_i ($i = \overline{1, n}$) отвечает некоторое решение $\{X, Y, Z\}$ системы (2), совокупность их порождает множество Ω , элементами которого служат переменные Z и

$$D_i = \sqrt{(X - x_i)^2 + (Y - y_i)^2}, \quad (i = \overline{1, n}).$$

В работе [2] были определены условия оптимальности системы наблюдений, которые являются условиями устойчивости решения задачи определения координат гипоцентра землетрясения для различных исходных данных. В частности, было показано, что при неоптимальном расположении сейсмических станций решение задачи определения координат гипоцентра землетрясения становится неустойчивым. Как известно [5], в этом случае точное решение приближенной задачи может не сходиться к точному решению исходной задачи при стремлении невязки к нулю, если не предполагается выполненным требование устойчивости вычислительного процесса. Таким образом, стремление к максимальному уменьше-

нию невязки (1) при решении задачи может оказаться ошибочным.

В связи с этим целесообразно в качестве координат гипоцентра землетрясения брать те значения X, Y, Z , которые минимизируют расстояние между множествами ω и Ω в заданной метрике. В частности, в евклидовой метрике квадрат расстояния S между точками множеств ω и Ω запишется в виде $S = \sum_{i=1}^n [(D_i - d_i)^2 + (Z - z)^2]$.

Пусть R_i, D_i и Z соответствуют теоретическим временам t_i пробега сейсмических волн от очага до i -й станции, где $R_i = v_i t_i$ - гипоцентральные расстояния; $D_i = \sqrt{R_i^2 - H^2}$ - эпицентральные расстояния и Z - глубина очага землетрясения; $r_i = u_i \hat{t}_i$, d_i и z - те же величины, но соответствующие истинному положению гипоцентра ($u_i = v_i - \delta v_i$). В работе [3] для функционала S_i получена оценка

$$S_i = \sum_{i=1}^n (t_i - \tilde{t}_i)^2 \leq \sum_{i=1}^n \gamma_i (D_i - d_i)^2 + \rho (Z - z)^2 = S, \quad (3)$$

где D_i, Z и d_i, z - эпицентральные расстояния и глубины, соответствующие теоретическим и наблюдаемым временам пробега сейсмических волн; $\gamma_i = v_i^2$ и $\rho = \sum_{i=1}^n v_i$ - весовые множители, характеризующие неоднородность среды. Из соотношения (3) следует, что малость значения функционала S_i не гарантирует малости значений функционалов невязок в определении глубины гипоцентра землетрясения и эпицентральных расстояний, но малость значения функционала S влечет за собой малость значения функционала невязки времен. Это утверждение - следствие того факта, что квадрат разности $(R_i - r_i)^2$ суть квадрат разности модулей векторов R_i и r_i и не зависит от их направлений, в то время как сумма квадратов разностей $(D_i - d_i)^2 + (Z - z)^2$ есть квадрат модуля разности $R_i - r_i$ соответствующих векторов. Последнее утверждение поясняет рисунок.

Исходя из сказанного, задачу определения координат гипоцентров землетрясений следует ставить не как задачу минимизации функционала S_i или суммы разности длин векторов R_i и r_i , что эквивалентно, а как задачу минимизации функционала

$$S = \sum_{i=1}^n \omega_i (D_i - d_i)^2 + (Z - z)^2, \quad (4)$$

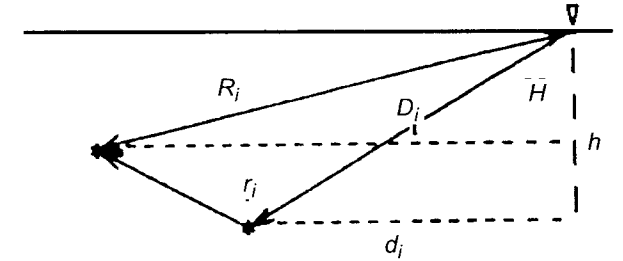


Иллюстрация неравенства (3)
Расшифровка буквенных индексов в тексте

где $\omega_i = \gamma_i / \rho$, т. е. как задачу минимизации расстояния между точками (X, Y, Z) и (x, y, z) , соответствующими теоретическим t_i и наблюдаемым \tilde{t}_i временам пробега сейсмических волн от очага землетрясений до регистрирующих станций.

Задачу минимизации функционала (4) решаем методом покоординатного спуска [1]. Согласно схеме метода, по заданному приближению определяется направление, в котором функционал убывает, и производится перемещение приближения в этом направлении. При этом на каждом шаге решается двухточечная задача определения времен пробега сейсмической волны от гипоцентра до каждой точки наблюдений. Алгоритм и программа решения прямой кинематической задачи сейсмологии приведены в работе [4].

Существенным моментом в этом методе является задание нулевого приближения. В нашей задаче в качестве последнего можно взять координаты гипоцентра, определенные в предположении, что скорость распространения сейсмических волн меняется только с глубиной.

В этом случае величины d_i определяются соотношением

$$d_i = \alpha_i \int_0^{h_i} \frac{dz}{\sqrt{v^{-2}(z) - \alpha_i^2}} + k \alpha_i \int_0^{z_i^*} \frac{dz}{\sqrt{v^{-2}(z) - \alpha_i^2}}, \quad (5a)$$

где α_i - лучевые параметры; $k = 0$ - для лучей, выходящих вверх из источника; $k = 2$ - для лучей, выходящих вниз из источника; z_i^* - глубина максимального проникновения i -го луча, если луч выходит вниз из источника.

Легко видеть, что в этом случае при известной скоростной функции $v = v(z)$ d_i зависят от лучевых параметров α_i и глубины z источника. Если лучевые параметры α_i определяются по формуле Бендорфа $\alpha_i = v^{-1}(0) \sin \varphi_i$, т. е. предполагается, что известны углы φ_i выхода сейсмических лучей на дневную поверхность под станциями, то глубина z определяется из соотношения

$$\begin{aligned} \tau_i - \tau_0 = t_i = & \\ = \int_0^h \frac{dz}{v^2(z)\sqrt{v^{-2}(z) - \alpha_i^2}} + & \\ + k \int_0^{z_i^*} \frac{dz}{v^2(z)\sqrt{v^{-2}(z) - \alpha_i^2}}. & \quad (56) \end{aligned}$$

Тогда величины d_i и, следовательно, r_i определяются однозначно, и вместо уравнения (2) можно решать уравнение $(X - x_i)^2 + (Y - y_i)^2 = d_i^2$.

Обычно углы выхода сейсмических лучей φ_i измеряются с большими ошибками и поэтому считаются неизвестными. В нашем случае лучевые параметры α_i определяются из соотношения (56), а величины d_i будут зависеть от глубины z источника, т. е. будут определяться неоднозначно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. М.: Наука, 1987. 600 с.
2. Бурмин В. Ю. Оптимальное расположение сейсмических станций при регистрации близких землетрясений // Изв. АН СССР, Физика Земли, 1986. № 5: С. 34 - 42.
3. Бурмин В. Ю. Новый подход к определению параметров гипоцентров близких землетрясений // Вулканология и сейсмология, 1992. № 3. С. 73 - 82.
4. Матвеева Н. Н., Антонова Л. Н. Метод и программа расчета кинематики и динамики объемных волн в трехмерных неоднородных средах // Сб.: Программы для интерпретации сейсмических наблюдений. Ленинград: Наука, 1977. С. 173 - 242.
5. Морозов В. А. О принципе невязки при решении операторных уравнений методом регуляризации // Журн. вычисл. математики и мат. Физики, 1968. Т. 8. № 2. С. 295 - 309.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ МНОГОМЕРНОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ СЕЙСМИКИ (СЕЙСМОТОМОГРАФИИ) ПО ДАННЫМ ГСЗ

В. Ю. Бурмин

Институт физики Земли РАН, Москва, Россия

Рассматривается подход к решению задачи сейсмической томографии для многомерных сред несколько отличный от подходов, предложенных ранее другими авторами. Среда представляется в виде блоков с произвольным изменением скорости в них. Рассмотрим алгоритм.

Разобьем область D в Земле на n блоков и пронумеруем их произвольным образом. В общем случае $D \subset R^3$. Сейсмический луч, вышедший из точки M_{j1} и пришедший в точку M_{j2} , проходит сквозь блоки в упругой среде с номерами i_j , где j - номер луча ($j = 1, 2, \dots, m$). Таким образом, для каждого j -го луча можем записать линейное уравнение

$$\sum_{i=1}^n t_{ji} = t_j, \quad (1)$$

где t_{ji} - время пробега волны вдоль j -го луча в i -м блоке; t_j - время пробега волны вдоль всего j -го луча. Время t_j определяется из наблюдений, а времена t_{ji} неизвестны.

Будем решать задачу определения скорости распространения сейсмических волн в два этапа. На первом этапе определим времена t_{ji} пробега сейсмических волн вдоль луча j в блоке i . Для этого в каждом блоке из области D по некоторому закону зададим распределение скорости и рассчитаем теоретические времена \tilde{t}_{ji} . Очевидно, эти времена будут отличаться от истинных времен. Каждое t_{ji} можно представить в виде

$$t_{ji} = \tilde{t}_{ji} + \delta t_{ji} = \tilde{t}_{ji} (1 + \delta t_{ji} / \tilde{t}_{ji}) \approx \chi_i \tilde{t}_{ji} \quad (2)$$

и уравнение (1) можно переписать как

$$\sum_{i=1}^n \chi_i \tilde{t}_{ji} = t_j. \quad (3)$$

Мы поставили в выражении (2) знак приближенного, а не точного равенства, потому, что величины χ_i в i -м блоке для каждого j -го луча, в общем случае, будут разными. Равенство будет точным только для блоков с постоянной скоростью. Очевидно, что если $\tilde{t}_{ji} = t_{ji}$, то $\chi_i = 1$. Если область D пронизывают m лучей, то будем иметь m линейных уравнений (3) относительно n неизвестных χ_i . Запишем эту систему в матричном виде

$$\tilde{T} \chi = t. \quad (4)$$

Элементы строк матрицы \tilde{T} представляют собой значения времен пробега сейсмической волны в соответствующих блоках вдоль j -го луча. Столбцы матрицы \tilde{T} - это значения времен пробега сейсмических волн в i -м блоке вдоль различных лучей. Как правило, система (3) имеет переопределенную и сильно разреженную матрицу. Достаточно полный обзор методов решения системы (3) сделан в обзорной статье [1]. Наверное, наилучшие результаты дает метод сингулярного разложения [2], который мы и использовали для решения системы (4).

Нулевые элементы матрицы на пересечении j -х строк и i -х столбцов будут соответствовать i -м блокам, через которые не прошли j -е лучи. Может оказаться, что через i -й блок не проходит ни один луч. В этом случае i -й столбец матрицы \tilde{T} окажется нулевым, и ранг матрицы \tilde{T} будет заведомо меньше числа столбцов матрицы, а матрица $A = \tilde{T}^T \tilde{T}$ - вырожденной. Для того чтобы исключить такие случаи, мы будем выбрасывать нулевые столбцы из матрицы. Таким образом, матрица \tilde{T} всегда будет матрицей полного ранга.

Тем не менее, как бы мы ни организовывали реальную систему наблюдений, матрица \tilde{T} всегда

будет плохо обусловленной. Единственно благоприятным случаем будет тот, при котором каждый луч проходит только через один блок. В этом случае матрица нормальной системы уравнений будет диагональной, а система нормальных уравнений хорошо обусловленной. Но такая система наблюдений в сейсмологии практически не реализуема.

Предположим, что искомые величины χ_i в результате решения системы (4) найдены. Тогда, учитывая полученные значения χ_i , можно скорректировать величины \tilde{t}_{ji} таким образом, чтобы они стали равны t_{ji} . Для этого достаточно умножить элементы матрицы \tilde{T} на соответствующие элементы вектора χ . В этом случае для первого шага будем иметь

$$\tilde{t}_{ji}^{(1)} \chi_i^{(1)} = \tilde{t}_{ji}^{(1)} (1 + \delta \tilde{t}_{ji}^{(1)} / \tilde{t}_{ji}^{(1)}) = \tilde{t}_{ji}^{(1)} + \delta \tilde{t}_{ji}^{(1)} = \tilde{t}_{ji}^{(2)} \quad \text{и} \\ \tilde{T}^{(2)} \chi^{(2)} = t. \quad (4')$$

Решая систему (4'), получим новые значения $\chi_i^{(2)}$. И так далее. В результате рассмотренной процедуры на k -м шаге будем иметь $\chi_i^{(k)} = 1$ для всех $i = 1, 2, \dots, n$.

Очевидно, рассмотренная процедура справедлива как для двумерной, так и для трехмерной среды и для произвольного разбиения среды на блоки.

На втором этапе по полученным значениям t_{ji} определим распределение скорости в каждом блоке. Проще всего это сделать, если времена пробега в блоке определяются по явным формулам. Наиболее простой вид эти формулы имеют для постоянной скорости. В этом случае скорость в i -м блоке будет равна $v_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \frac{d_{ji}}{t_{ji}}$, где d_{ji} - длина j -го луча в i -м блоке.

Более общим является случай, когда область D разбивается на блоки с линейным изменением скорости. Параметры линейной скорости на плоскости определяются однозначно по трем точкам, не лежащим на одной прямой, а в трехмерном пространстве - по четырем точкам, не лежащим в одной плоскости. В этих случаях лучи в каждом блоке представляют собой дуги окружностей.

Рассмотрим плоскую задачу. Разобьем область D произвольным образом на треугольники. Для линейной скорости имеем уравнение

$$v = v_0 + g(x \sin \varphi + z \cos \varphi) \quad \text{или} \\ v = A + B \times x + C \times z, \quad (5)$$

где $v_0 = A$ - скорость в точке $(0, 0)$; $g = \sqrt{A^2 + B^2}$ - величина градиента скорости; $\varphi = \arctan \frac{B}{C}$ - угол между вектором градиента скорости и осью z .

Для двух точек (x_1, z_1) и (x_2, z_2) , которые соединяет отрезок луча, имеем четыре уравнения

$$t = \frac{1}{g} \left[\ln \frac{c + \sqrt{c^2 - v_1^2}}{v_1} \pm \ln \frac{c + \sqrt{c^2 - v_2^2}}{v_2} \right], \quad (6)$$

где $c = v_{\max}$ - параметр луча; v_1 и v_2 - значения скоростей в точках (x_1, z_1) и (x_2, z_2) ; v_{\max} - максимальное значение скорости на луче. Знак плюс в квадратных скобках соответствует случаю, когда отрезок луча соединяет две точки и ни одна из них не является точкой максимального значения скорости на луче, а минус - случаю, когда одна из точек является точкой максимального значения скорости на луче.

Наша задача заключается в определении параметров v_0, g, φ в каждом блоке по временам пробега сейсмических волн в них. Для этого определяем сначала значение скоростей v_k ($k = 1, 2, 3$) в вершинах треугольника, а потом из уравнений (5) находим величины A, B, C и, следовательно, g, φ, v_0 . Значение скоростей в вершинах треугольников определяем методом простого перебора на трехмерной сетке. В качестве решения выбираем такие значения v_k , которые минимизируют функционал $S_m = \sum_{j=1}^J |\tilde{t}_{jm} - \hat{t}_{jm}|$, где J - число лучей, пересекающих m -й треугольник.

Рассмотренный алгоритм дает хорошие результаты в том случае, когда траектории теоретических лучей мало отличаются от траекторий реальных лучей. Это обстоятельство характерно для любых подходов к решению задач томографии. Чтобы несколько улучшить ситуацию, можно в формуле (6) в качестве значений лучевого параметра c задавать значения, полученные из наблюдений, например, путем дифференцирования годографа сейсмической волны.

Для каждого блока помимо распределения скоростей можно определить интегральную поправку к скорости в нем. Обозначим $\varepsilon = \delta t / t$ и легко получим $\varepsilon = -\delta v / v$ и $\delta v = -\varepsilon v$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ван дер Слуйс А., Ван дер Ворст Х. А. Численное решение больших разреженных линейных алгебраических систем, возникающих в задачах томографии // Сб. Сейсмическая томография. Приложение в глобальной сейсмологии и разведочной геофизике. М.: Мир, 1990. С. 61 - 94.
2. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. М.: Мир, 1999. 548 с.