

УДК 550,344

© 1992 г. В.Ю. БУРМИН

**НОВЫЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ
ГИПОЦЕНТРОВ БЛИЗКИХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ**

В сейсмологической практике при определении параметров гипоцентров землетрясений минимизируется функционал невязок теоретических и наблюдаемых времен пробега сейсмических волн. Такой подход по сути эквивалентен минимизации функционала невязок соответствующих гипоцентральных расстояний, которые в свою очередь можно представить в виде радиусов векторов с началом в точке регистрации. Понятно, что разница длин радиусов векторов не зависит от их направления, вследствие чего определение параметров гипоцентров путем минимизации функционала невязки длин этих векторов может быть неустойчиво.

Предлагается при определении координат гипоцентров землетрясений минимизировать не разницу длин радиусов векторов, соответствующих теоретическим и наблюдаемым временам пробега сейсмических волн от очага до регистрирующих их станций, а длину векторов разностей этих векторов. Такой подход позволяет повысить устойчивость определения параметров гипоцентров.

Рассмотрены способы определения координат гипоцентров землетрясений для различных исходных данных в соответствии с новым подходом. Особое внимание уделено определению координат гипоцентров и скоростной функции $v = v(z)$. Сформулированы условия для надежного определения глубины гипоцентра землетрясения и дана оценка точности этого определения.

A NEW APPROACH TO THE DETERMINATION OF THE PARAMETERS OF HYPOCENTERS OF CLOSE EARTHQUAKES, by B u r m i n V.Yu. When determining the parameters of earthquake hypocenters the seismologists minimize the functional of errors of theoretical and actual run times of seismic waves. This approach, in fact, is equal to the minimizing of error functional of corresponding hypocentral distances which, in turn, can be represented as the radii of vectors that begin in the registration point. It is understandable that the difference of the vector radii lengths do not depend on their orientation (direction). As a consequence, the determination of hypocenter parameters through minimizing error functional of vector lengths may be not stable.

We suggest that while determining the coordinates of earthquake hypocenters one should minimize not the difference of vector radii lengths that correspond to the theoretical and actual seismic wave run times from the source to the registering station but the length of vectors resulting from the difference of these vectors. This approach allows one to increase reliability of determination of hypocenter parameters.

We tested the new approach to determine the coordinates of earthquake hypocenters using various initial data. Particular attention was given to the determination of hypocenter coordinates and velocity function $v = v(z)$. We also have formulated the criteria for reliable determination of earthquake hypocenter depth and estimated the accuracy of this determination.

(Received July 28, 1989)

O.Yu. Shmidt Institute of the Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, 123810, Russia

Рассмотрим систему уравнений, связывающую координаты гипоцентра землетрясения и координаты регистрирующих сейсмических станций, в предположении, что поверхность земли плоская, а точки наблюдений расположены на дневной поверхности:

$$(X-x_i)^2 + (Y-y_i)^2 + H^2 = v_i^2(\tau_i - \tau_0)^2, \quad (1)$$

где X, Y, H и τ_0 — координаты гипоцентра и время возникновения землетрясения (время в очаге); x_i, y_i, τ_i — координаты сейсмических станций, зарегистрировавших землетрясение и времена прихода сейсмических волн на эти станции ($i = \overline{1, n}$); v_i — эффективные скорости распространения сейсмических волн, численно равные отношению расстояния по прямой от i -й станции до гипоцентра к времени пробега сейсмической волны по лучу.

Правую часть уравнения (1) можно записать в виде

$$v_i^2(\tau_i - \tau_0)^2 = r_i^2,$$

где r_i — гипоцентральные расстояния от очага землетрясения до соответствующих регистрирующих станций.

Для того чтобы решить систему нелинейных уравнений (1), необходимо предварительно определить величины r_i^2 которые равны

$$r_i^2 = d_i^2 + h^2.$$

В том случае, когда скорость распространения сейсмических волн является функцией только глубины, т.е. $v = v(z)$, величины d_i определяются следующими соотношениями:

$$d_i = p_i \int_0^h dz / \sqrt{v^{-2}(z) - p_i^2} + kp_i \int_h^{z_i^*} dz / \sqrt{v^{-2}(z) - p_i^2}, \quad (2')$$

где p_i — лучевые параметры; $k = 0$ для лучей, выходящих вверх из источника; $k = 2$ для лучей, выходящих вниз из источника; z_i^* — глубина максимального проникновения i -го луча, если луч выходит вниз из источника.

Легко видеть, что при известной скоростной функции $v = v(z)$ d_i зависят от лучевых параметров p_i и глубины h источника. В том случае, когда лучевые параметры p_i определяются по формуле Бендорфа

$$p_i = v^{-1}(0)\sin\varphi_i,$$

т.е. предполагается, что известны углы φ_i выхода сейсмических лучей на дневную поверхность под станциями, глубина h определяется из соотношений

$$\tau_i - \tau_0 = t_i = \int_0^h dz / (v^2(z)\sqrt{v^{-2}(z) - p_i^2}) + k \int_h^{z_i^*} dz / (v^2(z)\sqrt{v^{-2}(z) - p_i^2}). \quad (2'')$$

Тогда величины d_i и, следовательно, r_i определяются однозначно и вместо уравнения (1) можно решать уравнение

$$(X-x_i)^2 + (Y-y_i)^2 = d_i^2.$$

Обычно углы φ_i выхода сейсмических лучей определяются с большими ошибками и поэтому считаются неизвестными. В этом случае лучевые параметры p_i определяются из соотношений (2''), а величины d_i будут зависеть от глубины h источника, т.е. будут

определяться неоднозначно. Таким образом, каждому набору r_i будет соответствовать некоторое множество ω переменных h, d_i . При этом каждому набору $h, d_i (i = \overline{1, n})$ будет отвечать некоторое решение $\{X, Y, H\}$ системы (1). Совокупность этих решений порождает множество Ω , элементами которого являются переменные

$$H \text{ и } D_i = \sqrt{(X - x_i)^2 + (Y - y_i)^2}, (i = \overline{1, n}).$$

В связи с этим целесообразно в качестве решения системы (1) брать те значения X, Y, H , которые минимизируют расстояние между множествами ω и Ω в заданной метрике. В частности, в евклидовой метрике квадрат расстояния S между точками множеств ω и Ω запишется в виде

$$S = \sum_{i=1}^n [(D_i - d_i)^2 + (H - h)^2].$$

В сейсмологической практике при определении координат гипоцентра в качестве последнего принимается точка из некоторой области Σ , которая реализует минимум функционала невязки времен

$$S_t = \sum_{i=1}^n (t_i - \tilde{t}_i)^2, \quad (3)$$

где t_i и \tilde{t}_i — теоретические и наблюдаемые времена пробега сейсмических волн от очага до регистрирующих станций. Если задаться некоторым уровнем погрешности δt , то тем значениям функционала S_t , для которых, например, $\sqrt{S_t/n} \leq \delta t$, будет соответствовать некоторая область $\tilde{\theta}$ в пространстве координат x, y, z , точками которой являются координаты гипоцентров, соответствующие теоретическим временам t_i . Далее, если для каждой точки из области $\tilde{\theta}$ определить значения v_i и подставить их в правую часть системы (1), то получим значения X, Y, H , которые в общем случае будут отличаться от координат соответствующих точек из $\tilde{\theta}$, и для некоторых точек это отличие может быть значительным.

В работе [3] рассмотрены вопросы единственности и устойчивости решения задачи (1) для различных исходных данных в предположении, что скорость распространения сейсмических волн остается постоянной. В [3], в частности, показано, что при неоптимальном расположении сейсмических станций решение задачи (1) становится неустойчивым. Как известно [5], в этом случае точное решение приближенной задачи может не сходиться к точному решению исходной задачи при стремлении невязки к нулю, если не предполагается выполненным требование устойчивости вычислительного процесса. Таким образом, стремление к максимальному уменьшению невязки (3) при решении задачи (1) может оказаться ошибочным. Положение может еще более усугубиться, если предположить, что скорость есть функция координат x, y, z .

Пусть R_i, D_i и H соответствуют теоретическим временам t_i пробега сейсмических волн от очага до i -й станции, где $R_i = v_i t_i$ — гипоцентральные расстояния;

$D_i = \sqrt{R_i^2 - H^2}$ — эпицентральные расстояния и H — глубина очага землетрясения; $r_i = u_i \hat{t}_i, d_i$ и h — те же величины, но соответствующие истинному положению гипоцентра ($u_i = v_i - \delta v_i$). Тогда для функционала S_t можно записать

$$\begin{aligned} S_t &= \sum_{i=1}^n (t_i - \hat{t}_i - \delta t_i)^2 = \sum_{i=1}^n v_i^{-2} (v_i t_i - v_i \hat{t}_i - v_i \delta t_i)^2 = \sum_{i=1}^n v_i^{-2} (v_i t_i - u_i \hat{t}_i - t_i \delta v_i - v_i \delta t_i)^2 = \\ &= \sum_{i=1}^n v_i^{-2} (R_i - r_i - \delta r_i)^2. \end{aligned}$$

Здесь $\hat{t}_i = \tilde{t}_i - \delta t_i$; $\delta r_i = \hat{t}_i \delta v_i + v_i \delta t_i$. Далее:

$$S_i = \sum_{i=1}^n v_i^{-2} (R_i - r_i - \delta r_i)^2 = \sum_{i=1}^n v_i^{-2} (R_i - \tilde{r}_i)^2 = \sum_{i=1}^n v_i^{-2} \{D_i^2 + H^2 + \tilde{d}_i^2 + \tilde{h}^2 - 2[(D_i^2 + H^2)(\tilde{d}_i^2 + \tilde{h}^2)]^{1/2}\} = \sum_{i=1}^n v_i^{-2} \{(D_i - \tilde{d}_i)^2 + (H - \tilde{h})^2 - \sigma_i^2\} \leq \\ \leq \sum_{i=1}^n w_i (D_i - \tilde{d}_i)^2 + W(H - \tilde{h})^2 = S,$$

где $\sigma_i^2 = 2\{[(D_i^2 + H^2)(\tilde{d}_i^2 + \tilde{h}^2)]^{1/2} - \tilde{d}_i D_i - \tilde{h} H\} \geq 0$; D_i, H и \tilde{d}_i, \tilde{h} — эпицентральные расстояния и глубины, соответствующие теоретическим и наблюдаемым временам

пробега сейсмических волн; $w_i = v_i^{-2}$ и $W = \sum_{i=1}^n w_i$ — весовые множители,

характеризующие неоднородность среды. Из полученного соотношения следует, что малость значения функционала S_i не гарантирует малости значений функционалов невязок в определении глубины гипоцентра землетрясения и эпицентральных расстояний, но малость значения функционала S влечет за собой малость значения функционала невязки времен. Это утверждение является следствием того факта, что квадрат разности $(R_i - \tilde{r}_i)^2$ есть квадрат разностей модулей векторов \mathbf{R}_i и \mathbf{r}_i и не зависит от их направлений, в то время как сумма квадратов разностей $(D_i - \tilde{d}_i)^2 + (H - \tilde{h})^2$ суть квадрат модуля разности $\mathbf{R}_i - \mathbf{r}_i$ соответствующих векторов. Последнее проиллюстрировано на рис. 1.

На рис. 2 и 3 показано поведение функционалов S_i и S в зависимости от глубины источника для двух случаев положения гипоцентра относительно системы станций. Кривые на рис. 2 соответствуют глубине очага, равной 10 км, а на рис. 3 — 70 км. Эпицентры этих очагов совпадают. Расположение станций и эпицентр представлены на рис. 4, а скоростная колонка приведена на рис. 5. Из рассмотрения этих рисунков видно, что вычисление функционалов и, следовательно, координат гипоцентра для очага с глубиной 10 км менее устойчиво, чем для очага с глубиной 70 км. Для очага с глубиной 10 км функционал S_i имеет два одинаковых минимума на глубинах 5, 2 и 10 км, а функционал S имеет самый глубокий минимум только на глубине 10 км. Для глубины очага, равной 70 км, функционал S_i в интервале глубин 67 — 73 км остается постоянным, а функционал S на глубине 70 км имеет строгий минимум.

Исходя из сказанного выше, предлагается задачу определения координат гипоцентров землетрясений ставить не как задачу минимизации функционала S_i или, что эквивалентно, суммы разности длин векторов \mathbf{R}_i и \mathbf{r}_i , а как задачу минимизации функционала

$$S = \sum_{i=1}^n \rho_i (D_i - \tilde{d}_i)^2 + (H - \tilde{h})^2, \quad (4)$$

где $\rho_i = w_i/W$, т.е. как задачу минимизации расстояния между точками (X, Y, H) и $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{h})$, соответствующими теоретическим и возмущенным временам пробега сейсмических волн от очага землетрясений до регистрирующих станций.

Обратимся к рассмотрению возможных реализаций изложенного выше подхода для трех случаев. Первый случай: неизвестными являются только координаты гипоцентра X, Y, H . Второй случай: неизвестными являются X, Y, H и $v(z)$, где $v(z)$ — функция скорости. Третий случай: неизвестными являются X, Y, H и τ_0 . Во всех трех случаях

Рис. 1. Рисунок, поясняющий положение, что квадрат разности модулей двух векторов не превосходит квадрат модуля их разности

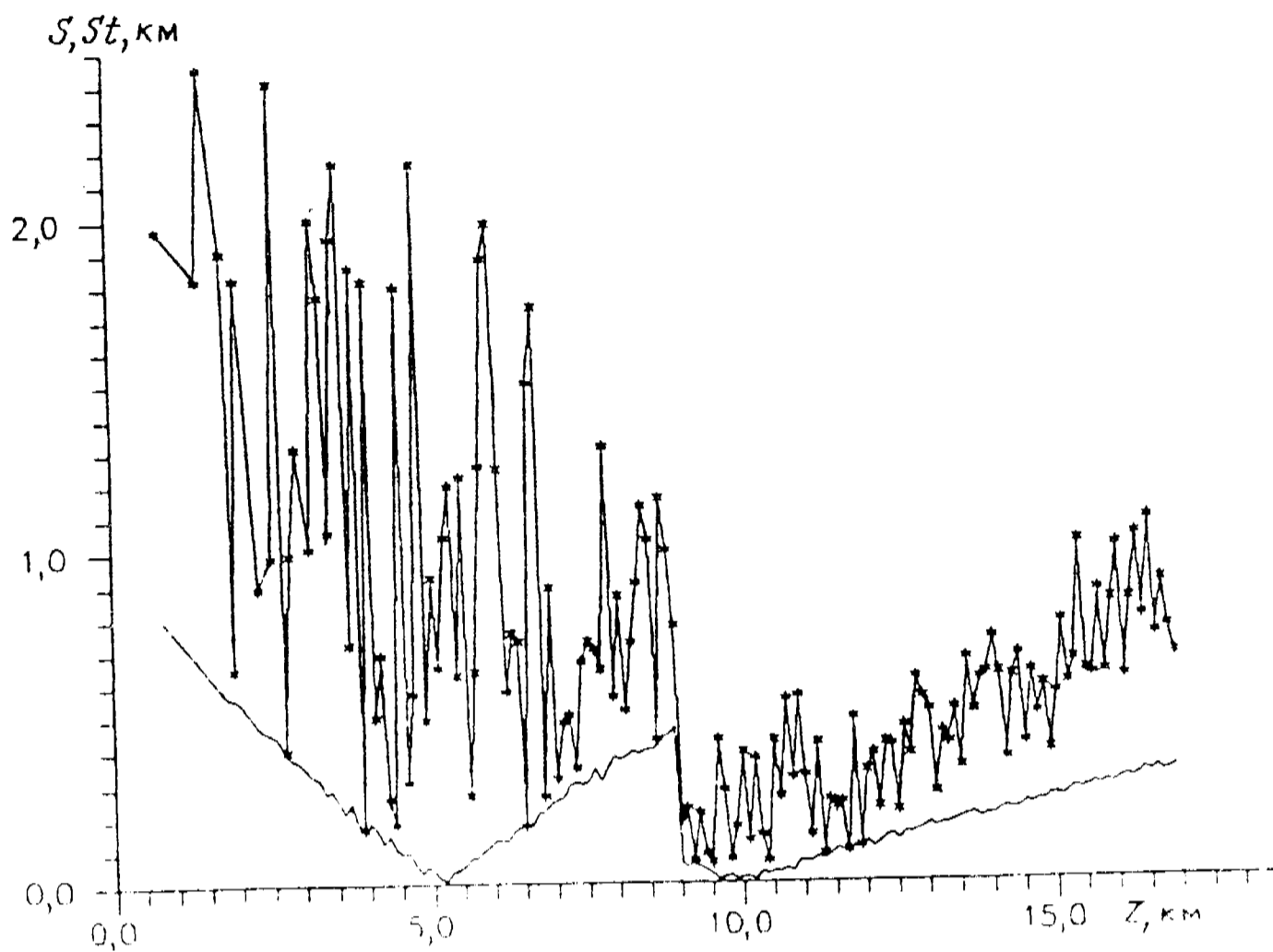
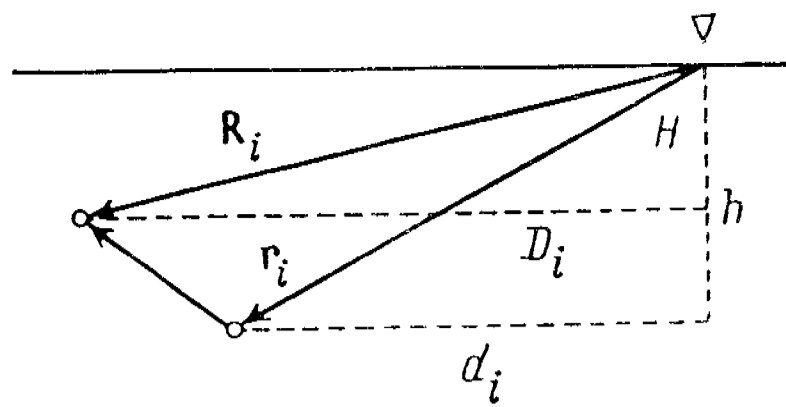


Рис.2. Поведение функционала S_i и S для глубины очага 10 км

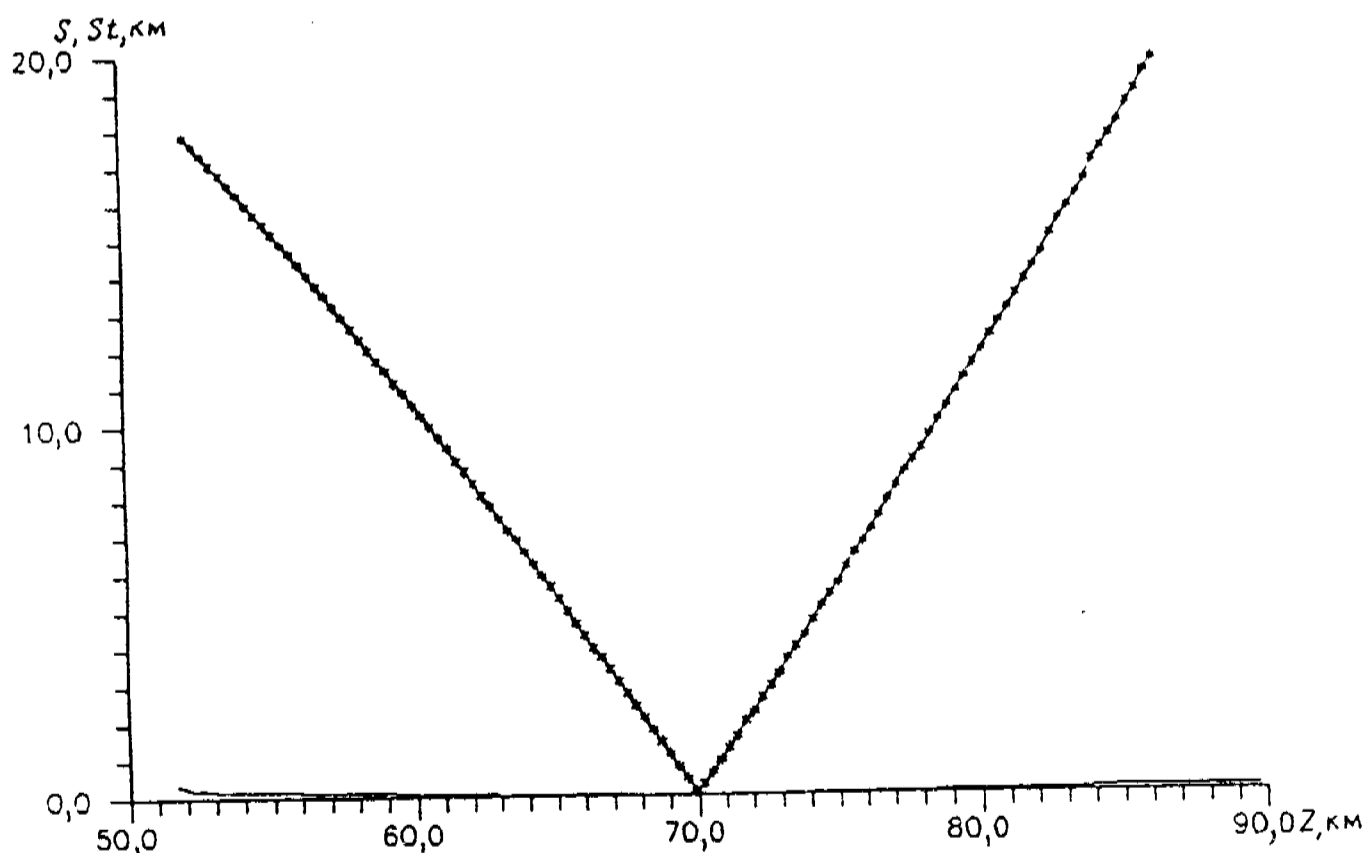


Рис. 3. Поведение функционала S_i и S для глубины очага 70 км

скорость распространения сейсмических волн является функцией только глубины, т.е. $v = v(z)$.

Первая задача [2]. Пусть H — множество глубин, на которых могут располагаться очаги землетрясений, и \tilde{h} — элемент этого множества ($\tilde{h} \in H$). Требуется найти такое $\tilde{h}^* \in H$, которое обеспечило бы минимум функционалу (4) при условии, что X , Y и H определяются из решения системы линейных алгебраических уравнений

$$Xx_i + Yu_i - \xi/2 = u_i, \quad (5)$$

где $\xi = X^2 + Y^2 + H^2$; $u_i = (x_i^2 + y_i^2 - \tilde{d}_i^2 - \tilde{h}^2)/2$. Система линейных уравнений (5)

получается из системы нелинейных уравнений (1) путем раскрытия скобок и группирования соответствующих членов. Величины \tilde{d}_i определяются по формулам (2) из условия близости теоретических времен, рассчитанных по формуле (2''), наблюдаемым временам t_i пробега сейсмических волн (определенных, например, по графику Вадати). Практически из уравнения (2'') определяются лучевые параметры p_i , а затем вычисляются \tilde{d}_i по формуле (2'). Глубина \tilde{h} источника определяется методом половинного деления в интервале $[0, h_M]$, а h_M определяется из условия

$$\tau_{\min} = \int_0^{h_M} \frac{dz}{v(z)}$$

для минимального времени пробега волны при $p = 0$. Нетрудно убедиться в том, что

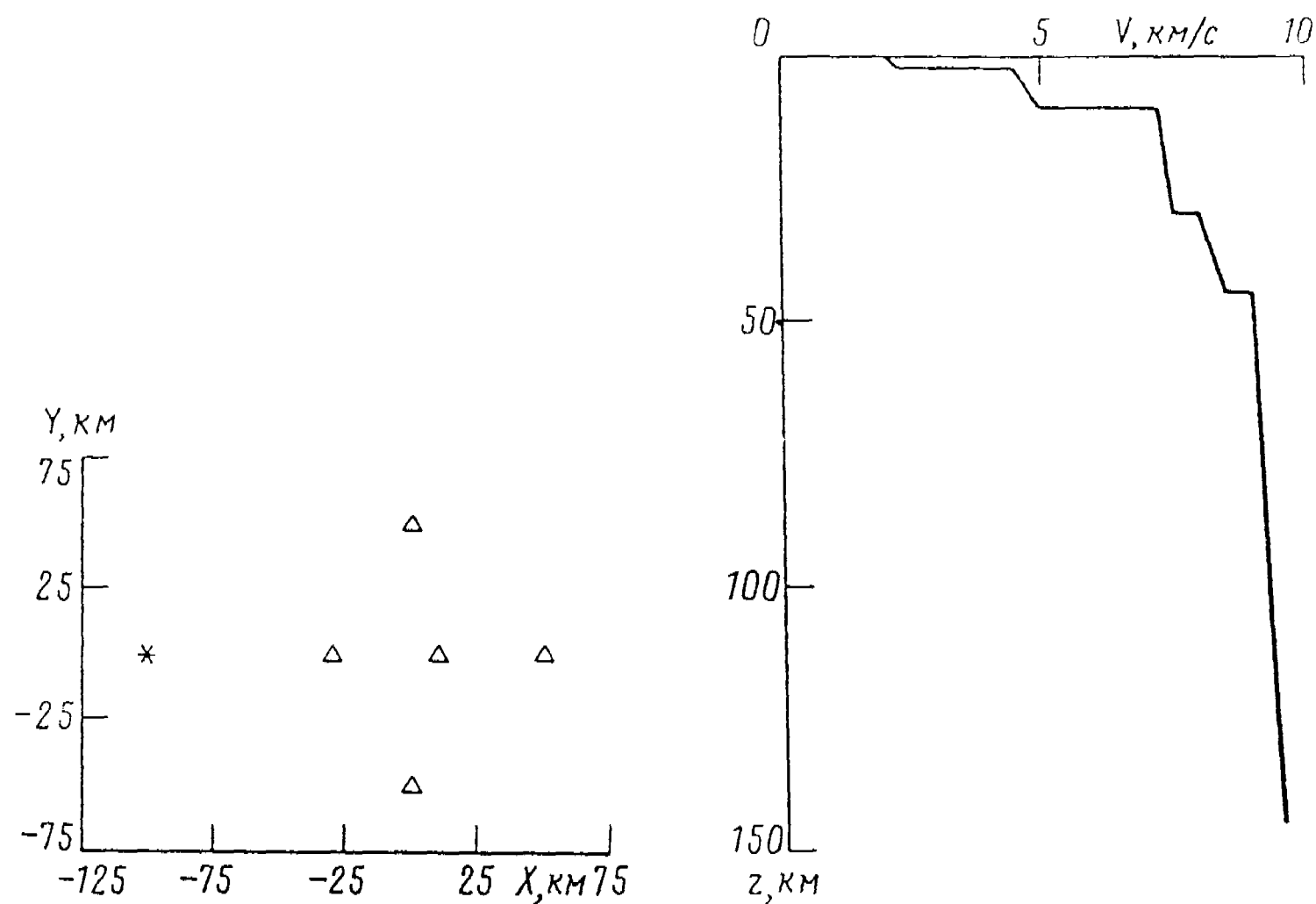


Рис. 4. Расположение сейсмических станций и эпицентра

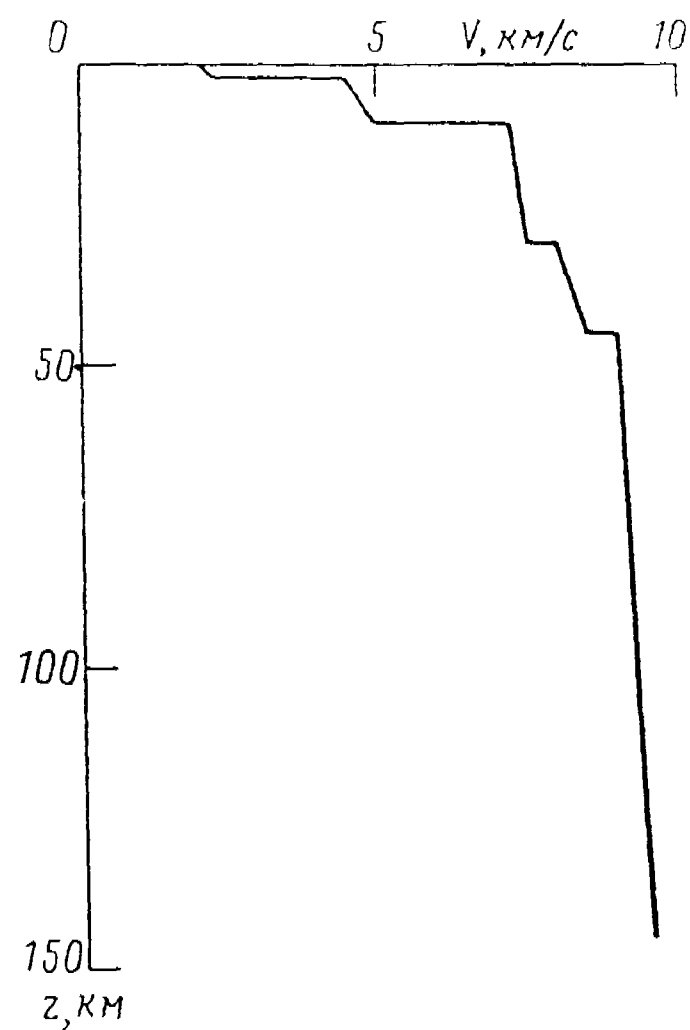


Рис. 5. Скоростная кривая

решение системы (5) минимизирует функционал (3). Таким образом, решается следующая задача: ищется минимум функционала (4) на множестве H при условии, что для каждого $h \in H$ функционал (3) достигает минимума на множестве $\Omega = \{X, Y, H\}$.

Вторая задача. Предположим, что помимо координат гипоцентров землетрясений мы хотим определить или уточнить скоростной разрез изучаемого региона, т.е. определить скоростную функцию $v = v(z)$. Зададимся в качестве нулевого приближения некоторой скоростной функцией $v^0 = v^0(z)$, достаточно близкой к искомой функции¹. Пусть, как и в первой задаче, H — множество глубин, на которых могут располагаться очаги землетрясений, и \tilde{h} — элемент этого множества ($\tilde{h} \in H$). По заданному \tilde{h} и \tilde{t}_i определим \tilde{d}_i . Рассмотрим сумму в функционале (4)

$$S_D = \sum_{i=1}^n w_i \{[(X - x_i)^2 + (Y - y_i)^2]^{1/2} - \tilde{d}_i\}^2. \quad (6)$$

¹ Под достаточно близкой будем понимать такую функцию $v^0 = v^0(z)$, которая обеспечивает сходимость описываемой ниже итерационной процедуры.

Беря производные S_D по X и Y и приравнивая полученные уравнения к нулю, получим систему из двух нелинейных уравнений

$$F = \sum_{i=1}^n w_i \{1 - \tilde{d}_i / [(X - x_i)^2 + (Y - y_i)^2]^{1/2}\} (X - x_i) = 0, \quad (7)$$

$$G = \sum_{i=1}^n w_i \{1 - \tilde{d}_i / [(X - x_i)^2 + (Y - y_i)^2]^{1/2}\} (Y - y_i) = 0.$$

Решая систему, например, методом Ньютона, получим значения X и Y , реализующие минимум функционала (6). С другой стороны, величины \tilde{d}_i вместе с временами пробега сейсмических волн, распространяющихся от источника, расположенного на глубине \tilde{h} , дадут значения годографа сейсмической волны. В общем случае уравнение годографа рефрагированной волны записывается в параметрическом виде с помощью формул (2). Рассматривая начальную часть годографа, которая соответствует лучам, идущим вверх от источника, можно определить скоростную функцию $v = v(z)$, $z \in [0, H]$, которая принадлежит множеству строго монотонных функций v , и глубину H источника [4].

Задача обращения годографа волны, распространяющейся вверх от источника, сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода с симметричным положительным ядром

$$f(w) = \int_{q_1}^{q_2} d(p) / \sqrt{w^{-2} - p^2} dp = \int_{v(0)}^{v(H)} \phi(v) \ln \sqrt{w^{-2} - q_1^2} + \sqrt{v^{-2} - q_1^2} / \quad (8)$$

$$/ (\sqrt{w^{-2} - q_2^2} + \sqrt{v^{-2} - q_2^2}) dv$$

при условии

$$\phi(v) = \frac{dz}{dv} \geq 0, \quad (9)$$

где $v(0) \leq w \leq v(H)$; p — лучевой параметр; q_1 и q_2 — значения производных годографа в крайних его точках.

Задача (8), (9) является задачей квадратичного программирования, и ее решение обеспечивает минимум функционала

$$J(\phi, d) = \int_{q_1}^{q_2} 1 / p [p \int_{v(0)}^{v(H)} \phi(v) dv / \sqrt{v^{-2} - p^2} - d(p)]^2 dp$$

при условии (9).

Функция $z = z(v)$ определится из соотношения

$$z(v) = \int_{v(0)}^v \phi(v) dv, \quad v \in [v(0), v(H)].$$

В работе [4] рассмотрено численное решение этой задачи и дана оценка абсолютной погрешности определения глубины источника (гипоцентра землетрясения)

$$|\Delta H| \lesssim \sum_{i=1}^n p_i v^2 \sqrt{v^2 - p_i^2} / \sum_{i=1}^n p_i |\Delta t_i|, \quad (10)$$

где v — значение скорости на глубине источника; $|\Delta t_i|$ — абсолютное значение погрешности в определении времен пробега сейсмических волн.

Перебирая значения \tilde{h} из H , найдем такие \tilde{h}^* и \tilde{d}_i и соответственно такие X, Y, H , которые обеспечат минимум функционала (4).

После этого процедура повторяется, но для новой скоростной функции $v^1 = v^1(z)$. И так до тех пор, пока на некотором шаге j скоростная функция не будет достаточно близка к заданной норме скоростной функции, полученной на предыдущем $j - 1$ шаге.

Как следствие решения задачи обращения годографа волны, идущей вверх из источника, имеет место утверждение, что для определения скорости распространения сейсмических волн и глубины гипоцентра землетрясения необходимо, чтобы по крайней мере одна из сейсмических станций, регистрирующих землетрясение, располагалась на таком расстоянии от эпицентра, чтобы соответствующая ей точка годографа рефрагированной волны находилась слева от точки перегиба годографа. При этом точки годографа, расположенные справа от точки перегиба, в определении глубины источника не участвуют. По этим точкам определяется скорость ниже источника [4].

В уравнение (8) входит параметр луча p , который определяется через производную годографа $p = t'(x)$. Задачу вычисления производной годографа можно решить с помощью сглаживающей кривой. Как показано в работе [1], для решения этой задачи наиболее подходящей является выпуклая кубическая сплайн-функция $T(x)$, которая минимизирует функционал

$$S_T = \|AT'' - f\|^2$$

при ограничениях

$$T_i'' = T''(x_i) \geq 0, \quad x_i \in [0, x^*],$$

где T_i'' — вторые производные сплайна $T(x)$ в точках x_i ; $\|\cdot\|$ — евклидова норма; A — квадратная матрица размерности $n \times n$, элементы которой зависят только от x_i ; f — вектор свободных членов, зависящий от значения годографа $t(x_i)$ в точках наблюдений x_i .

Третья задача. Неизвестными являются X, Y, H и τ_0 . В этом случае в зависимости от системы наблюдения возможны различные подходы.

1. Если часть сейсмических станций расположена достаточно близко к эпицентру землетрясения, так что соответствующие точки годографа расположены левее точки перегиба и глубина очага определяется из интегрального уравнения (8), время τ_0 в очаге определяется просто по формуле

$$\tau_0 = 1/n \sum_{i=1}^n \left\{ \tau_i - \left[\int_0^H + k \int_{z_i^*}^H \right] dz / (v^2(z) \sqrt{v^{-2}(z) - p_i^2}) \right\}. \quad (11)$$

Действительно, в уравнение (8) входит только эпицентральное расстояние d как функция лучевого параметра p . Следовательно, в этом случае лучевые параметры p_i и глубина очага H определяются независимо от времени в очаге, т.е. годограф сейсмической волны, выходящей вверх из источника, можно произвольно смещать параллельно самому себе вдоль оси времен.

2. В общем случае при определении координат гипоцентров и времени в очаге для вычисления d_i в правой части уравнений (1) необходимо осуществлять поиск двух параметров h и τ_0 на двумерной сетке. Здесь возможны различные подходы.

Рассмотрим метод поиска параметров гипоцентра, который реализует итерационную процедуру поиска τ_0 . Как и во всякой итерационной процедуре, в нашем случае для начала поиска времени τ_0 в очаге требуется задание нулевого приближения τ_0^0 .

Лучше всего начальное значение τ_0 определять по графику Вадати, представляющему собой линейную зависимость

$$\tau_s - \tau_p = (\gamma - 1)(\tau_p - \tau_0)$$

разности прихода S - и P -волн от времени пробега P -волны. Если считать, что величина $\gamma = t_s/t_p$ не зависит от положения гипоцентра землетрясения и регистрирующих станций, то будем иметь n (по числу станций) линейных уравнений для определения двух величин τ_0 и γ .

В том случае, если по каким-либо причинам не представляется возможным воспользоваться графиком Вадати, начальное приближение для τ_0 можно найти из системы уравнений (1). Для этого положим $v_i = v = \text{const}$, вычтем из первых $n-1$ уравнений последнее и сгруппируем члены. В результате получим систему линейных алгебраических уравнений.

$$2(x_n - x_i)X/v^2 + 2(y_n - y_i)Y/v^2 + u_i/v^2 + 2(\tau_i - \tau_n)\tau_0 = \tau_i^2 - \tau_n^2, \quad (12)$$

где $u_i = (x_i^2 - x_n^2) + (y_i^2 - y_n^2)$, относительно неизвестных $X/v^2, Y/v^2, 1/v^2, \tau_0$. Решая систему (12), найдем нулевое приближение для времени в очаге.

Дальнейшее уточнение τ_0 связано с тем, чтобы учесть реальное распределение величин v_i . Для этого применим описанную в первой задаче процедуру для найденного значения τ_0^0 и определим значения X^0, Y^0 и H^0 , которые будут определять соответствующие значения параметров $v_i = R_i/t_i$. Новое значение τ_0 будем определять из системы (1). Для этого раскроем скобки в правой части системы (1), вычтем из первых $n-1$ уравнений последнее и сгруппируем члены. В результате будем иметь систему уравнений

$$2(x_n - x_i)X + 2(y_n - y_i)Y + 2(v_i^2\tau_i - v_n^2\tau_n)\tau_0 + (v_n^2 - v_i^2)\tau_0^2 = (v_i^2\tau_i^2 - v_n^2\tau_n^2) + (x_n^2 - x_i^2) + (y_n^2 - y_i^2). \quad (13)$$

Исключая из системы (13) неизвестные X, Y , получим $n-3$ квадратных уравнений относительно τ_0

$$a_{i1}\tau_0^2 + a_{i2}\tau_0 + a_{i3} = 0. \quad (14)$$

Если число регистрирующих станций больше четырех, то система (14) переопределена и, следовательно, несовместна, так как все уравнения в (14) имеют различные решения. Как известно, корни каждого квадратного уравнения в (14) удовлетворяют соотношениям

$$\tau_{01} + \tau_{02} = -\frac{a_{i2}}{a_{i1}} \quad \text{и} \quad \tau_{01} - \tau_{02} = \frac{1}{a_{i1}} \sqrt{a_{i2}^2 - 4a_{i1}a_{i3}} = b_i.$$

Принимая в качестве τ_{01} и τ_{02} те значения τ_0 , которые минимизируют квадратичный функционал

$$S = \sum_{i=1}^{n-3} [(\tau_{01} + \tau_{02} + a_{i2}/a_{i1})^2 + (\tau_{01} - \tau_{02} - b_i)^2],$$

получим, что

$$\tau_{01} = 1/n \sum_{i=1}^{n-3} \left(-a_{i2} + \sqrt{a_{i2}^2 - 4a_{i1}a_{i3}} \right) / 2a_{i1},$$

$$\tau_{02} = 1/n \sum_{i=1}^{n-3} \left(4a_{i2} + \sqrt{a_{i2}^2 - 4a_{i1}a_{i3}} \right) / 2a_{i1}.$$

Окончательно, из двух значений τ_{01} и τ_{02} выбираем то, которое ближе к τ_0^0 . Затем

повторяем всю процедуру, но уже с новым $\tau_0 = \tau_0^1$. И так далее до тех пор, пока абсолютное значение разности между величинами τ_0^i и τ_0^{i+1} не станет меньше некоторой наперед заданной положительной величины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бурмин В.Ю. Аппроксимация сейсмического годографа выпуклыми сплайнами // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1980. № 2. С. 90—96.
2. Бурмин В.Ю. Алгоритм определения координат гипоцентров близких землетрясений и скорости распространения сейсмических волн в слое // Вулканология и сейсмология. 1983. № 5. С. 81—90.
3. Бурмин В.Ю. Оптимальное расположение сейсмических станций при регистрации близких землетрясений // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1986. № 5. С. 34—42.
4. Бурмин В.Ю. Численное обращение годографа сейсмической волны, распространяющейся от глубинного источника // Вулканология и сейсмология. 1988. № 6. С. 62—71.
5. Морозов В.А. О принципе невязки при решении операторных уравнений методом регуляризации // Журн. выч. математики и мат. физики. 1968. Т. 8. № 2. С. 295—309.

Институт физики Земли
им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва

Поступила в редакцию
28.07.1989